

**JOSÉ ROQUE DAMASCO NETO**



**VSR – APOIO COMPUTACIONAL PARA O  
ESTUDO DE VOLUME DE SÓLIDO DE  
REVOLUÇÃO**



0.268.157-5

UFSC-BU

**FLORIANÓPOLIS**

**2003**

**JOSÉ ROQUE DAMASCO NETO**

**VSR – APOIO COMPUTACIONAL PARA O  
ESTUDO DE VOLUME DE SÓLIDO DE  
REVOLUÇÃO**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado ao Curso de Matemática –  
Habilitação Licenciatura, Centro de  
Ciências Físicas e Matemáticas.  
Universidade Federal de Santa Catarina

**Orientador: Prof<sup>a</sup> Rosimary Pereira**

**FLORIANÓPOLIS**

**2003**

Esta Monografia foi julgada adequada como Trabalho de Conclusão de Curso no curso de Matemática – Habilitação Licenciatura e aprovada em forma final pela Banca Examinadora designada pela portaria nº 09/SCG/03.




**Prof. Nereu Estanislau Burin**

**Responsável pela disciplina**

**Banca Examinadora**



**Orientadora: Prof<sup>a</sup> Rosimary Pereira**



**Prof<sup>a</sup> Ivanete Zuchi**



**Prof Daniel Noberto Kozakevich**

*“O único lugar aonde o sucesso  
vem antes do trabalho é no  
dicionário”.(Albert Einstein)*



## AGRADECIMENTOS

À professora Mirian Buss que me permitiu ingressar ao Grupo GEIAAM (Grupo de Estudos de Informática Aplicada à Aprendizagem Matemática).

À paciente professora orientadora, Rosimary Pereira, que indicou o tema sugerido de minha pesquisa, pelo seu constante incentivo e por toda confiança em mim depositada.

Aos componentes do GEIAAM, pela troca de experiências, dicas importantes e o agradável ambiente de trabalho. Em especial às professoras Cleide Regina Lentz, Rita de Cássia Eger e Neri Terezinha Both Carvalho que sempre se mostraram prontas a ajudar.

Aos professores da banca examinadora, Daniel e Ivanete, pelas sugestões e observações feitas ao lerem esta monografia.

As amigas Ivanete Zuchi e Karin Cristina Siqueira Ramos, por ter ensinado como utilizar o Kappa e pelas suas dicas de implementação.

Aos amigos de curso como Andresa Freitas, Jefferson Goulart, Manuela Ribeiro, Priscila May e tantos outros, que sempre estavam prontos a ajudar no que fosse necessário, incentivando, com força e ânimo diante das dificuldades além de tonarem a convivência acadêmica agradável.

À minha família, que me ensinou a lutar pelos meus ideais, pela confiança, estímulo, amor e paciência.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Agradeço à Deus, por estar tão perto, ajudando-me a superar minhas limitações e pela alegria de todas as conquistas.

## SUMÁRIO

<u>LISTA DE FIGURAS .....</u>	<u>8</u>
<u>INTRODUÇÃO .....</u>	<u>9</u>
<u>2 CLASSIFICAÇÃO DE SOFTWARES .....</u>	<u>12</u>
<u>3 INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL (IA) E SISTEMAS ESPECIALISTAS (SE) .....</u>	<u>18</u>
<u>3.1 UMA VISÃO GERAL DA IA .....</u>	<u>19</u>
<u>3.2 PRINCIPAIS APLICAÇÕES DA IA .....</u>	<u>22</u>
<u>3.3 SISTEMAS ESPECIALISTAS (SE) .....</u>	<u>25</u>
<u>3.4 SISTEMAS TUTORIAS INTELIGENTES (STI) .....</u>	<u>32</u>
<u>4 O CONTEÚDO DE VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO NOS CURSOS DE CIÊNCIAS EXATAS DA UFSC .....</u>	<u>38</u>
<u>4.1 VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO NOS PROGRAMAS DAS DISCIPLINAS DE CÁLCULO .....</u>	<u>39</u>
<u>4.2 O ESTUDO DE VOLUME DE SÓLIDO DE REVOLUÇÃO COM O SOFTWARE MAPPLE V ...</u>	<u>42</u>
<u>4.3 VSR NOS LIVROS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL .....</u>	<u>45</u>
<u>5 O PROTÓTIPO DE SOFTWARE VSR .....</u>	<u>49</u>
<u>5.1 OBJETIVOS DO PROTÓTIPO .....</u>	<u>49</u>
<u>5.2 ESTRUTURA DO PROTÓTIPO .....</u>	<u>49</u>
<u>5.3 DESCRIÇÃO DO AMBIENTE DE PROGRAMAÇÃO: SHELL KAPPA .....</u>	<u>50</u>
<u>5.3 VSR - TEORIA .....</u>	<u>57</u>
<u>5.4 VSR - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS .....</u>	<u>60</u>
<u>5.5 VSR - EXERCÍCIOS PROPOSTOS .....</u>	<u>64</u>
<u>CONCLUSÃO .....</u>	<u>66</u>
<u>BIBLIOGRAFIA .....</u>	<u>67</u>

<u>ANEXOS .....</u>	<u>73</u>
<u>ANEXO 1 – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS.....</u>	<u>74</u>
<u>ANEXO 2 – PROGRAMAS DAS DISCIPLINAS: CÁLCULO B, CÁLCULO II, CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL, CÁLCULO 2A .....</u>	<u>75</u>

## LISTA DE FIGURAS

<a href="#"><u>Figura 3.1: Mudança dos focos de pesquisa em IA (GENARO, 86)</u></a> .....	26
<a href="#"><u>Figura 3.2: Esquema de Arquitetura de um SE</u></a> .....	27
<a href="#"><u>Figura 4.1: Gráfico das respostas da primeira pergunta</u></a> .....	40
<a href="#"><u>Figura 4.2: Gráfico das respostas da segunda pergunta</u></a> .....	41
<a href="#"><u>Figura 5.1: Estrutura básica do protótipo VSR</u></a> .....	50
<a href="#"><u>Figura 5.2: Estrutura do Módulo Teoria</u></a> .....	50
<a href="#"><u>Figura 5.3: Exemplo de estrutura Hierárquica</u></a> .....	52
<a href="#"><u>Figura 5.4: Interface da Shell com o programador</u></a> .....	57
<a href="#"><u>Figura 5.5: Tela “Definição de Sólido de Revolução”</u></a> .....	58
<a href="#"><u>Figura 5.6: Tela com tópicos pré requisitos para estudar VSR</u></a> .....	59
<a href="#"><u>Figura 5.7: Tela sobre Volume do Cilindro Reto</u></a> .....	60
<a href="#"><u>Figura 5.8: Opções de Navegação da Teoria</u></a> .....	60
<a href="#"><u>Figura 5.9: Tela dos passos para se Calcular o VSR</u></a> .....	61
<a href="#"><u>Figura 5.10: Tela do esboço do gráfico da Região R</u></a> .....	62
<a href="#"><u>Figura 5.11: Tela que conclui o raio de cada fatia cilíndrica</u></a> .....	63
<a href="#"><u>Figura 5.12: Resumo dos dados do Exercício Resolvido no VSR</u></a> .....	63
<a href="#"><u>Figura 5.13: Cálculo da Integral que dá o Volume do Sólido</u></a> .....	64

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho é fruto de pesquisas realizadas na UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina) junto ao laboratório GEIAAM (Grupo de Estudos de Informática Aplicada à Aprendizagem Matemática), grupo formado por alunos do curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, alunas de doutorado e professores do departamento de Matemática da UFSC.

Neste laboratório estudou-se a utilização de computadores como ferramentas de aprendizagem, ou seja, utiliza-lo como uma alternativa à forma tradicional de aula com giz e quadro negro, tentando desta forma atrair mais a atenção do aluno para o conteúdo envolvido.

De acordo com Coburn (1988), há nas escolas duas filosofias da utilização da informática na educação que se contrapõem: “na primeira, os alunos aprendem com propósitos definidos, como a programação ou editores de textos; na segunda o professor usa o computador para ensinar os alunos, treinando-os em fato ou simulando situações como a Revolução Francesa”. Ou seja, simplesmente inserindo-se o computador na sala de aula como um simples “quadro negro” não ocorrerá uma mudança na filosofia educacional, pois isto não explora o potencial de uso da máquina e nem tampouco gera a motivação esperada pela utilização da mesma.



Tendo em mente a segunda forma de utilização da informática de Coburn, a qual mergulha os alunos em ambientes de aprendizagem, possibilitando o desenvolvimento e construção de conhecimentos e habilidades necessárias para a sobrevivência do cidadão na sociedade do conhecimento. Além de que o computador pode ser uma forma de rejuvenescer o sistema educacional, iniciou-se o desenvolvimento do protótipo de software VSR (Volume de Sólidos de Revolução), uma das aplicações da integral definida.

Uma vez que o volume de um objeto desempenha papel importante em muitas situações em diversas ciências, como determinação de centros de massa e de momentos de inércia. Porém nem todo sólido possui uma maneira simples para calcular seu volume, principalmente aqueles que apresentam uma forma irregular, dentre eles podem-se destacar os sólidos de revolução. Além de que o cálculo do volume destes é assunto de grande interesse da professora Rosimary Pereira, integrante do GEIAAM e orientadora do presente trabalho, e do autor do mesmo. Ainda é preciso lembrar da dificuldade de alguns estudantes na compreensão da teoria matemática envolvida nos cálculos do volume destes sólidos.

O presente trabalho está estruturado em 5 capítulos. Neste capítulo de caráter introdutório, apresentou-se de forma sintética motivação, justifica, e a estrutura do trabalho.

O segundo capítulo apresenta algumas modalidades de softwares educacionais com suas principais características.

No terceiro capítulo encontram-se algumas informações sobre IA e SE.

No quarto capítulo é apresentado um estudo sobre como o assunto Volume de Sólidos de Revolução aparece nos programas das disciplinas de cálculo da UFSC e nos livros mais citados nas bibliografias destes programas. Também faz parte deste capítulo um exemplo de cálculo de volume de revolução com auxílio do software MAPLE V.

No quinto capítulo está presente a apresentação do protótipo de software VSR, tema deste trabalho, mostrando a forma que foi desenvolvido e sua estrutura.

Por fim há considerações finais, referência bibliográficas e os anexos.



## 2 CLASSIFICAÇÃO DE SOFTWARES

Nas pesquisas feitas observou-se que a informática pode propiciar ambientes para o desenvolvimento de habilidades consideradas importantes pela sociedade atual, como a leitura e lingüística através de softwares abertos, ou editores de textos. Com softwares de simulação e programação é possível desenvolver o raciocínio lógico do usuário. É necessário ressaltar a interatividade que o computador propicia com o meio, pois ele possibilita a integração de mídias e outros recursos tecnológicos, como sons e imagens. Além disto Coburn (1988) lembra da versatilidade dos computadores, pois podem transformar-se em um laboratório de ciências ou um manual de instruções, assim como ser um tutor de qualquer assunto. Ele permite calcular as médias de uma turma e fornecer relatórios individuais sobre o progresso de cada aluno.

Um dos pontos de destaque da utilização de computadores na educação, segundo Coburn (1988), é a interação com o aluno-usuário, pois independente ao que se pede a ele, será recebido uma resposta, seja de operação impossível ou de confirmação, ou ainda parando imediatamente.

O uso de ambientes educacionais informatizados tem sido apoiado por uma grande gama de professores, entusiasmo este advindo provavelmente pelo desafio intelectual e pelo senso de inovação que o computador pode representar. Segundo

Tajra (1998) a informática educativa pode fazer com que os alunos-usuários se ajudem, pois aqueles que já dominam a ferramenta auxiliam os que possuem dificuldades, ou seja, o computador pode gerar uma socialização entre os alunos, algo raro nos ambientes educacionais tradicionais. Além de proporcionar uma autonomia aos alunos no aprendizado, contribuindo também no desenvolvimento das habilidades de comunicação e de estrutura lógica de pensamento.

Ainda de acordo com Tajra (1998) as várias formas de aplicação da informática na educação, tais como softwares educacionais, softwares aplicativos, internet e desenvolvimento de softwares, devem ser utilizadas de acordo com os objetivos específicos definidos a priori, cabendo a escola e/ou professor escolher a melhor modalidade que poderá ser utilizada no momento, buscando um melhor retorno e aproveitamento.

Conforme Ramos (1996) a vinte anos atrás, o primeiro questionamento que se fazia ao pesquisar sobre informática seria em relação a adequação ou não do seu uso na educação. No início da década de 80, havia um certo medo que esta tecnologia produzisse uma massificação do ensino (eliminação da figura do professor). Além do alto custo, na época, da implantação de um laboratório de informática, o que seria impossível em escolas mais pobres. Hoje esse discurso já está obsoleto, a não credibilidade destes argumentos já foi largamente demonstrada.

Porém, no mercado de hoje, educadores tem o consenso de que são poucos os softwares educacionais de qualidade suficiente para proporcionar diferenças significativas no aprendizado do aluno em relação ao método tradicional. Coburn (1988) diz que é preciso que exista um certo grau de especialização pedagógica para o desenvolvimento de softwares educacionais de qualidade.

Os professores interessados na potencialidade destas máquinas querem explorar ao máximo a sua capacidade interativa, encaram o desafio de saber como usá-los de maneira mais eficaz. O ponto está nos diferentes usos do computador, para alguns educadores ele e seus programas são um recurso que auxiliam o processo de ensino-aprendizagem como um projetor, quadro negro e giz, cadernos e livros. Para outros são máquinas de raciocinar e desta forma aprender com eles. Outros educadores acreditam que o uso do computador é uma habilidade a ser adquirida assim como a datilografia ou a leitura.

Na realidade o computador é tudo isto e um pouco mais, pois há outras diversas aplicações as quais aqui não foram citadas. Novas aplicações surgem constantemente, logo esta discussão não está concluída até o presente momento. Mas é preciso trazer uma classificação dos softwares disponíveis para que professores os selecionem de forma mais fácil e desta forma atendam a seus interesses e atinjam de maneira mais eficiente seus objetivos. Desta forma, é pertinente mostrar uma classificação destes softwares.

Diversos autores classificam os softwares educacionais conforme suas características. Muitas destas classificações se assemelham em muitos pontos, desta

forma fez-se uma síntese, fortemente baseada em Vieira, Coburn (1988), Texeira e Ramos (1996) e outros autores, como segue abaixo.

- **Tutoriais:** sua principal característica é apresentar conceitos pedagogicamente organizados de uma maneira seqüencial, muitas vezes se aproximando de um livro animado, entretanto possuem restrições quanto à interatividade, consistindo basicamente na leitura da tela ou escuta da informação fornecida e alternância entre telas através de clique ou apertando-se a tecla enter. Os conceitos se limitam ao que a equipe de desenvolvimento previu, o que muitas vezes não coincide com a necessidade do professor nem com o enfoque que é orientado por ele;
- **Exercício e Prática:** são softwares que possibilitam uma interatividade por meio de respostas às questões apresentadas. Com esses softwares, os professores podem inicialmente apresentar conceitos a serem trabalhados no ambiente de sala de aula, de acordo com a disciplina ministrada e efetuar exercitações sobre tais conceitos.
- **Investigação:** neste grupo encontramos as enciclopédias, em que podemos localizar várias informações a respeito de assuntos diversos.
- **Simulação:** são softwares pelos quais podemos visualizar virtualmente grandes fenômenos da natureza e, ainda fazer experimentos em situações bastante adversas ou simulações que de fato poderiam ocorrer na realidade.



- **Jogos:** São softwares de entretenimento, a sua maior indicação é o lazer e a diversão.
- **Abertos:** São os chamados softwares que oferecem várias ferramentas, as quais podem ser relacionadas conforme o objetivo a ser atingido. Dentre eles podemos citar os editores de textos, os bancos de dados, as planilhas eletrônicas, programas gráficos, softwares de apresentação, etc.

Das classificações anteriores, a que o protótipo de software educacional VSR melhor se encaixa é Tutorial. Pois ele apresenta diversos conceitos do assunto organizados pedagogicamente, mas ao contrário da classificação anterior, como se verá adiante ele possui alguma interatividade.

Os softwares educacionais vêm entrando no mercado mundial de forma acelerada desde a década de 70 que. Vários países, inclusive o Brasil, desenvolvem projetos de uso de computadores na educação.

Balacheff (1994) op. cit. Flemming (1998), coloca que uma das principais razões por trás da introdução dos computadores em sala de aula foi a possibilidade de os alunos poderem interagir e aprender com o software, quase que independentemente dos professores.

Cano (1998) define software educacional como “um conjunto de recursos informáticos projetados com a intenção de serem usados em contextos de ensino e aprendizagem. Tais programas abrangem finalidades muito diversas que podem ir da

aquisição de conceitos até o desenvolvimento de habilidades ou resolução de problemas”.

### **3 INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL (IA) E SISTEMAS ESPECIALISTAS (SE)**

Conforme Conceição (2001), a Inteligência Artificial vem se disseminando em diversos campos de atuação humana, sendo a educação é uma das áreas que pode ser destacada. O desenvolvimento tecnológico vem criando nos educadores a necessidade de adotar modelos de ensino que atendam as modificações exigidas pela sociedade. Com isso crescem as perspectivas de diversificar os espaços educacionais revelando um aprendizado sem fronteiras. Desta forma, pode-se dizer que a IA será a tecnologia para o desenvolvimento dos softwares do futuro, envolvendo o raciocínio humano, imitando e realizando inferências.

Já os Sistemas Especialistas (SE), segundo Rabuske (1995), surgiram na década de 70. Os pesquisadores da IA objetivavam desenvolver programas de computador com capacidade ampla de solução de problemas. Julgavam que um pequeno conjunto de normas de raciocínio, ligados a um computador potente poderia gerar desempenho acima do humano. Porém, eles notaram que os objetivos eram complexos e os reduziram a sistemas capazes de resolver problemas específicos sem aprendizado ou com aprendizado limitado.

### 3.1 UMA VISÃO GERAL DA IA

Os estudos feitos em torno da IA de acordo com Barr(1982) tiveram início nos anos 30. Mas segundo McCarduck (1979), op. cit. Bittencourt (1999), a IA apareceu numa conferência em Dartmouth Colege, NH, USA no ano de 1956. Nesta conferência estavam presentes Jonh McCarthy (Dartmouth), Marvin Minsky (Harward) entre outros. Nesta se propõe estudar IA, ao que tudo indica esta foi a primeira menção oficial ao termo IA.

Conforme Conceição(2001), o pensamento que dominava na década de 60 era a crença que um único programa poderia solucionar qualquer problema, para isto bastaria ter uma capacidade de inferência suficiente para tal tarefa. Surge então o GPS (*General Problem Solve*) projetado por Newell e Ernest, este que era capaz de resolver problemas de lógica elementar e álgebra, assim como jogar xadrez e responder perguntas. Sistemas gerais como este apresentaram resultados interessantes, porém é preciso lembrar que o principal era destacar a técnica utilizada em tal sistema e não os resultados obtidos.

Na década de 70, a IA se desenvolveu somente dentro das Universidades e centro de pesquisas, sem fins comerciais ou aplicações práticas. As pesquisas deste período foram bastante limitadas, os sistemas eram capazes de encontrar soluções para problemas imaginários ou bem desenvolvidos, como os jogos. Porém para resolver os problemas do cotidiano e os mais complexos, estavam aquém da capacidade das técnicas utilizadas neste período.



Apenas na década de 80 que surge uma aplicação comercial da IA, os Sistemas Especialistas (SE). Rabuske (1995) afirma que nesta época a Robótica e a Linguagem Natural receberam reais investimentos e desta forma obtiveram resultados animadores.

Percebe-se então que a IA é tema de pesquisas a mais de 50 anos, todavia tal área tem gerado um maior interesse por parte da população mais recentemente. Um dos motivos de tal interesse seja o fato do surgimento de aplicações comerciais práticas. Na atualidade a IA está presente em diversos campos, desde áreas gerais, tais como percepção do raciocínio lógico, até tarefas precisas como identificar doenças, jogar xadrez, provar teoremas matemáticos.

Em toda a história da IA, houve discussões polêmicas em torno de si, a começar pelo seu nome, considerado equivocado por alguns autores. Pois para definir IA de maneira precisa, é necessário um bom conhecimento sobre os princípios fundamentais da inteligência e dos limites práticos de processamento dos computadores, mas isto ainda não é de domínio total dos conhecimentos do homem.

Desta forma durante todos estes anos surgiram diversas definições para IA, Conceição (2001) cita as definições de vários autores organizadas por Russel e Norvig (1995) em quatro categorias. Na primeira categoria, onde os sistemas tentam pensar como humanos, são destacadas duas definições:

“O novo esforço de fazer computadores pensar ... máquinas com mentes, no sentido completo e literal” (Haugeland (1985) apud Conceição (2001)).

“A automatização de processos que está associado ao pensamento humano, atividades tais como a tomada de decisão, resolução de problemas, aprendizado ...” (Bellman (1978) apud Conceição (2001)).

Já na segunda categoria, onde os sistemas “pensam” de maneira racional, relacionando-se com a lógica e com o silogismo. Este tipo de sistema possui obstáculos a serem superados como a organização do conhecimento utilizando-se notação lógica assim como diferenciar teoria e prática na resolução de problemas. As definições destacadas dentro desta categoria são:

“O estudo das faculdades mentais através de modelos computacionais” (Charniack e McDermott (1985) apud Conceição (2001)).

“O estudo das operações que fazem possível perceber, raciocinar e atuar” (Winston (1992) apud Conceição (2001)).

Na terceira categoria os computadores são comparados com seres humanos, tendo capacidades como processamento da linguagem natural, representação do conhecimento, raciocínio automático e aprendizado de máquina. Nesta categoria destaca-se a seguinte definição:

“A arte de criar máquinas que realizam funções que requerem inteligência quando realizadas por pessoas” (Kuzweil (1990) apud Conceição (2001)).

Além desta Rich (1988) traz uma segunda definição que se aplica a esta categoria:

“A inteligência Artificial (IA) é o estudo de como fazer os computadores realizarem tarefas em que, no momento, as pessoas são melhores”.

Na última categoria estão os sistemas que *procedem* racionalmente. Aqui a IA é encarada como uma ferramenta para construção de agentes racionais. Segundo Conceição (2001) agir racionalmente é alcançar seus objetivos de acordo com suas convicções. Dentro desta categoria há as seguintes definições:

“Um campo de estudos que tenha que explicar e simular o comportamento inteligente em termos de processos computacionais” (Schalkoff (1990), apud Conceição (2001)).

“O ramo da ciência da computação que está preocupada com a automação do comportamento humano” (Luger e Stubblefield (1993), apud Conceição (2001)).

### **3.2 PRINCIPAIS APLICAÇÕES DA IA**

Apesar de todas aplicações destas técnicas possuírem importância, seja pelas pesquisas feitas em torno de seu desenvolvimento ou pela sua grande aplicação prática, algumas são destacadas por Rabuske (1995). Pode-se citar o processamento da linguagem natural, reconhecimento de padrões, robótica, base de dados inteligentes, prova de teoremas, jogos e sistemas especialistas, que serão comentadas a seguir. Além das aplicações citadas nas próximas sub-seções, há também os Sistemas Especialistas. A estes será dedicada a seção 3.3 é dada uma maior importância pelo fato que o protótipo de software VSR possuir estas características no seu projeto inicial.

### **3.2.1 Processamento da Linguagem Natural**

Considerado durante anos um dos maiores desafios da IA hoje ela já pode ser considerada uma realidade, um exemplo disto são os tradutores simultâneos eletrônicos, além dos corretores ortográficos automáticos presentes nos editores de textos. Os próximos desafios agora são o domínio da linguagem falada e da linguagem escrita que precisa ser dominada o grande número de conotações

### **3.2.2 Reconhecimentos de padrões**

Uma das aplicações que já é bastante comum no cotidiano, como o reconhecimento de impressões digitais, assinaturas em cheques bancários e leitura e digitalização de textos e figuras para possível editoração.

### **3.2.3 Robótica**

Os robôs que utilizam IA possuem um maior grau de autonomia que aqueles que não a possuem em seus sistemas de monitoramento. Estes robôs “inteligentes” estão sendo utilizados, em geral, em situações de cunho hostil, como em viagens espaciais, desarmamento de bombas, prospecção de petróleo em grandes profundidades no oceano.

### **3.2.4 Bases de dados inteligentes**

Muitos sistemas de informação utilizam bases de dados, conhecidos também como bancos de dados. Se este sistema possuir um conhecimento que leve a fazer inferências entre os dados ter-se-á uma base de dados inteligentes. Desta forma, conseguir-se-ia um aumento na produtividade e da funcionalidade deste tipo de sistemas.

### **3.2.5 Prova de Teoremas**

Uma aplicação tipicamente matemática, mas que pode ser amplamente utilizada como metodologia de resolução de problemas. A dedução ajuda-nos a entender melhor componentes do raciocínio. Vários questionamentos, como a recuperação da informação e o diagnóstico médico, podem ser formulados como prova de teoremas.

### **3.2.6 Jogos**

Altamente utilizada pela indústria do entretenimento para produção de jogos eletrônicos, a IA traz um grau maior de realidade aos jogos. Como exemplo pode-se citar os personagens de jogos eletrônicos mais novos que possuem personalidade



própria, tendo momentos de ira e de espírito de grupo. Mas os jogos são utilizados pelos pesquisadores como um grande laboratório de experimentação para suas técnicas de IA. O jogo mais estudado e mais utilizado para pesquisas até hoje é o xadrez, que exige um alto grau de raciocínio e inferência entre as jogadas possíveis.

### **3.3 SISTEMAS ESPECIALISTAS (SE)**

De acordo com Chaiben (1999) Sistema Especialista (SE) é uma das aplicações da IA que procura fazer com que o computador adquira e disponibilize o conhecimento operacional de um especialista humano. Muitas vezes são comparados a sistemas de suporte à decisão, pois são capazes de tomar decisões como especialistas em diversas áreas. Na sua estrutura está presente a forma com que o especialista humano faz inferência sobre o seu conhecimento.

#### **3.3.1 Surgimento dos Sistemas Especialistas ( SE )**

Como já foi visto anteriormente os estudos em IA na década de 60 foram voltados para o desenvolvimento de um sistema com a capacidade de resolver problemas gerais, pode-se citar o GPS ( *General Problem Solver* – Solucionador de Problemas Gerais ).

Na década de 70 as pesquisas se dirigiram para o desenvolvimento de métodos para formalizar os problemas com objetivo de tornar a solução mais fácil, no entanto

as estratégias não foram incisivas na resolução destes. De acordo com Genaro (1986), somente no final desta década e no início dos anos 80 percebeu-se que a resolução de problemas era independente da formalização, na verdade é totalmente dependente do conhecimento que o sistema possui sobre o assunto. Assim iniciou-se o desenvolvimento de programas com objetivos particulares, os quais são peritos em alguma área específica. Estes foram denominados Sistemas Especialistas ( SE ). Podemos observar este progresso na figura 3.1.



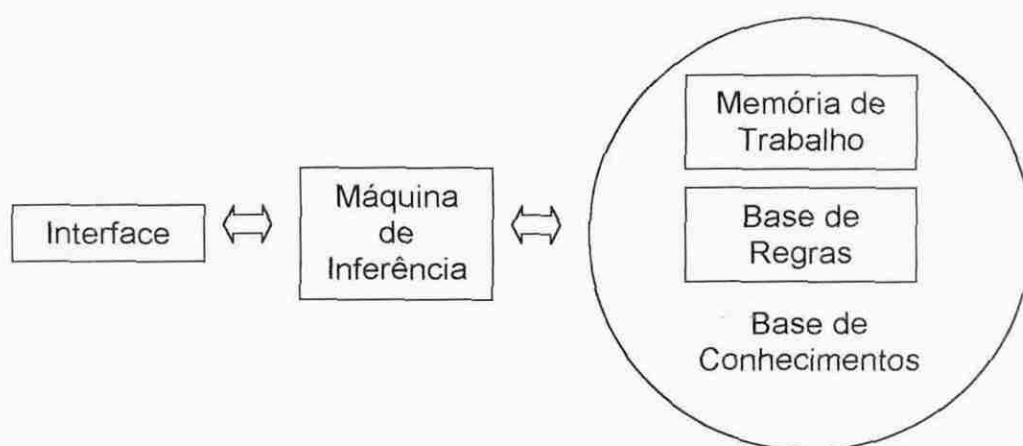
**Figura 3.1: Mudança dos focos de pesquisa em IA (GENARO, 86)**

Nota-se então que SE são programas desenvolvidos para uma aplicação particular do conhecimento humano. Ele pode decidir apoiado em seu conhecimento justificado que pertence à base de conhecimento assim como um perito humano da

mesma área de conhecimento. Pode ser utilizado no apoio a decisão, onde lembrará ao especialista tópicos que são importantes a ser considerados antes da conclusão. Ainda utiliza-se para tomada de decisões, uma das utilizações mais comum em sistemas industriais e financeiros, neste o SE tomam decisões no lugar da pessoa por possuir mais conhecimentos específicos sobre a situação envolvida.

### 3.3.2 Arquitetura de um Sistema Especialista

A arquitetura aqui apresentada é baseada em Chaiben (1999). Um SE é formado basicamente por três módulos que são uma Base de Regras, uma Memória de Trabalho e uma Máquina de Inferência, pode-se lembrar ainda da interface que o SE apresenta, na figura 3.2 se visualiza o esquema da arquitetura:



**Figura 3.2: Esquema de Arquitetura de um SE**



### 3.3.2.1 Base de Conhecimentos

O ponto marcante dos SE é a utilização do conhecimento de um domínio específico para a tomada de decisões através de um simplificado programa de raciocínio. É nesta parte do sistema que se encontra as informações, ao nível de especialista, necessárias para tomada de decisões. Estas informações são dadas por um conjunto de fatos e heurísticas. Estas heurísticas são regras práticas que caracterizam o nível de tomada de decisão do especialista. Há sistemas que são baseados em regras de produção - da forma "SE...ENTÃO..." - contidas na Base de Regras. As regras são acionadas de forma organizada uma após a outra. Sendo que uma segunda regra será acionada se for necessária durante o processo, e caso a primeira regra acionada concluir uma premissa verdadeira para segunda. Há ainda na base de conhecimentos fatos que sempre podem ser acessados e utilizados pelo sistema, estes podem ser atualizados por um especialista sempre que for preciso.

Durkin (1994) afirma que a Memória de Trabalho contém os fatos, sobre o problema, que são inferidos durante a sessão de consulta. O usuário dá uma entrada de dados sobre a questão, tais informações são guardadas pelo sistema e podem ser apagadas sempre que não forem mais necessárias, são relacionadas com o conhecimento contido na base de conhecimento inferindo novos fatos, os quais também serão utilizados para formulação de mais fatos. No decorrer deste processo

o SE tira algumas conclusões sobre a questão, estes podem ser inseridos na memória de trabalho.

### 3.3.2.2 A máquina de Inferência

Chaibem (1999) compara a frase de Minsky (1986) (“... o conhecimento é útil somente quando podemos explorá-lo para ajudar a alcançarmos nossos objetivos”.) com a máquina de Inferência. Pois é desta maneira que ela, conhecida também por processador ou motor de inferência, atua no sistema. Processando os fatos e as regras a fim de gerar novos fatos ou chegar a uma conclusão.

Esta parte do sistema tenta de uma certa maneira imitar a linha de raciocínio dos seres humanos, muitas vezes ele toma uma conclusão e inicia a procura de evidências que a comprovem, este método é chamado "*backward chaining*". Há outros que primeiramente tomam evidências para finalmente chegar a conclusão, os chamados "*foward chaining*".

A programação da máquina de inferência está diretamente ligada à natureza do problema e a maneira de como o conhecimento está organizado e como é apresentado. As shell's como o KAPPA, o qual foi utilizado para produção do protótipo VSR, o motor de inferência vem integrado para interpretar a base de conhecimentos, enquanto que em certas linguagens de programação torna-se necessário a implementação desta, realizada por programadores.

### 3.3.3 As vantagens e as limitações dos Sistemas Especialistas

Sabe-se que sistemas especialistas são programas que possuem uma base de conhecimento e com a utilização desta resolvem problemas específicos em diversas áreas. Ao compará-los com peritos humanos simulam de maneira simplificada o raciocínio de um humano. Genaro (1986) afirma que ambos tomam decisões as quais são justificadas pelos seus conhecimentos sobre o assunto, porém um SE não recorre a conhecimentos gerais, não compara o problema com um outro similar, não possui o poder de analisar se suas conclusões não são absurdas, não aprendem com a experiência além de serem relativamente limitados quando comparados a um ser humano.

Conforme Levine (1988), muitas vezes um SE poderá fazer o mesmo trabalho de um perito com até certas vantagens como não adquirir traumas por experiências mal sucedidas, nem riscos como “possuir apenas um conhecimento superficial” da situação encontrada. Além de que para inserir novos conhecimentos basta uma transferência de arquivos enquanto que com um humano seria necessário todo um processo educacional. Pode-se considerar também a ausência do fator emoção o qual muitas vezes leva a tomada de decisões diferentes por dois peritos. Entretanto, o conhecimento artificial possui diversas limitações, como a falta de criatividade para resolução dos problemas, formulação de uma nova metodologia através de analogias

de experiências com conhecimentos fora do seu domínio de trabalho. Peritos humanos podem utilizar entradas sensoriais complexas antes da tomada de decisão, como poderia ser descrito a uma máquina um cheiro ou até mesmo um sabor. Além de qualquer ser humano tem conhecimento adquirido a partir do “senso comum”, o qual se constituiu no conhecimento adquirido durante toda uma vida em convivência com o mundo inteiro. Um exemplo do problema é quando se pergunta para um SE e um humano que tipo de carne as cabras se alimentam, o humano responderá que cabras não comem carne enquanto que o SE supostamente não possuiria informações sobre o assunto não responderia por não possuir o senso comum.

### **3.4 Aplicações dos SE**

Um funcionário dentro de uma empresa acumula experiência, uma das maiores riquezas que se pode adquirir dentro do atual competitivo mercado de trabalho, o qual cada vez mais exige funcionários jovens e experientes. Entretanto, é evidente que este pré-requisito pertence aos funcionários com mais tempo de prestações de serviços. Com o processo de reengenharia funcional e aposentadorias prematuras, a memória das instituições está sendo perdida. Como seria possível transmitir ou acumular todo este conhecimento adquirido durante anos e anos de trabalho e treinamentos? Uma maneira ideal, apontada por Chaiben (1999) poderia ser a utilização da tecnologia dos SE, o qual organizaria todo este conhecimento através de documentos, de tal maneira que poderia ser acessado por qualquer novo funcionário sempre que achar necessário.



Também são utilizados rotineiramente para aprovação ou não de transações financeiras entre clientes de uma empresa de cartão de crédito, em corretores ortográficos de processadores textuais. Também estão embutidos em ajudante de cálculo de planilhas eletrônicas e softwares gráficos. Uma das tecnologias dos SE, as redes neurais artificiais, é atualmente utilizado em dispositivos eletrônicos como condicionadores de ar e equipamentos biomédicos de laboratório ou de diagnóstico.

Na medicina, Sabattini (1998) aponta-os como importantes ferramentas. Como exemplo tem-se o caso de uma angina de peito, onde pode auxiliar a decidir se o paciente será observado clinicamente, fará um Holter ou será internado na UTI. Podem fazer um gerenciamento automatizado de dispositivos de controle, tais como bombas de infusão de drogas.

Na educação os SE, de acordo com Chaiben (1999) são úteis, pois oferecem recursos para que se possa criar um Sistema Tutorial Inteligente. Devido ao fato do protótipo VSR possuir características destes, dedicar-se-á o tópico 3.4 a estes sistemas.

### **3.4 SISTEMAS TUTORIAS INTELIGENTES (STI)**

De acordo com LOPES (1999) os Sistemas Tutoriais Inteligentes (STI), surgiram no final da década de 70, como aperfeiçoamento dos CAI (um termo em inglês que significa Instrução Assistida por Computador). O CAI, segundo Chaiben

(1999) são os primeiros sistemas educacionais, os quais possuem uma filosofia de ensino centrada no professor.

“Os STI oferecem vantagens sobre os CAI, por possibilitarem uma simulação do processo do pensamento humano, dentro de um determinado domínio, auxiliar em estratégias nas soluções de problemas ou nas tomadas de decisões” (Fowler (1991) op. cit. Chaiben (1999)).

Alguns sistemas CAI sofisticados apresentam algumas capacidades autônomas, como por exemplo, gerar exercícios ou adaptar o nível de dificuldade ao desempenho do estudante. Por outro lado, os modelos produzidos por IA têm potencial para representarem um grande meio de *comunicação de conhecimento*, porque apresentam uma capacidade dinâmica de modelagem cognitiva, facilitando as decisões educacionais à medida que o estudante utiliza o sistema. Dentro desta perspectiva, o processo de aprendizagem pode ser concebido como o mapeamento do conhecimento do tema a ser ensinado - usualmente aquele possuído pelo professor - para a estrutura de conhecimento do estudante.

Os Sistemas Tutores Inteligentes, segundo Lopes (1999), baseiam-se em técnicas de IA, utilizando-se de agentes capazes de interagir com o usuário e auxiliá-lo na solução dos problemas, ou seja, ensinam os alunos interagindo de forma totalmente automática e didática. Uma das principais características dos STI é permitir a aprendizagem através de modelos cognitivos, que vem sendo cada vez mais utilizada, pois torna possível adaptar o sistema ao usuário, aprendendo com ele.

Desta forma as simulações tornam-se mais realistas, tornando o processo de raciocínio do aluno mais aguçado.

Lopes(1999) caracteriza os STI principalmente pela sua capacidade de construir um modelo cognitivo do aluno, através da interação, e, através da formulação e comprovação de hipótese sobre o estilo cognitivo do aluno, sobre o seu procedimento, o seu nível de conhecimento do assunto e suas estratégias de aprendizagem.

Os STI são compostos por quatro módulos, de acordo com Chaiben (1999). Ao descrever estes módulos tentar-se-á relacionar o protótipo VSR com um Sistema Tutorial Inteligente, pelo fato de ele contemplar estes quatro módulos:

- modelo do especialista: este é basicamente uma base de conhecimento, contendo informações de um determinado domínio, que é organizada de alguma maneira para representar o conhecimento de um especialista ou professor, assim como os Sistemas Especialistas. É geralmente considerado o componente central de qualquer STI. Em essência, este modelo incorpora a maior parte da “inteligência” do sistema na forma do conhecimento necessário para solucionar problemas do domínio. No VSR esta parte foi desenvolvida através da combinação de regras e frames que, ao interagir, possibilitam uma melhor execução do protótipo. A princípio houve uma troca de idéias entre o autor e especialistas, que neste caso foram a orientadora e os professores pesquisadores do GEIAAM, os quais possuem ampla experiência com o ensino de Cálculo.

- modelo do estudante - É o receptor neste processo da comunicação de conhecimento. A característica principal deste modelo deve contemplar todos os aspectos do conhecimento e do comportamento do estudante que tragam consequências para o seu desempenho e aprendizagem. Este modelo deve ser dinâmico, contendo o conhecimento e as capacidades do estudante, seu comportamento de aprendizagem passado, os métodos de apresentação aos quais ele responde melhor e sua área de interesse dentro do domínio. Munido destas informações, o sistema pode atingir um nível desejável e um método de apresentação adequado, adaptando a instrução à competência e habilidade de cada estudante. Na implementação do VSR, procurou oferecer opções de ajuda e o acompanhamento da resolução do problema passo a passo contidos no protótipo. A forma individualizada de aprendizagem é contemplada pela possibilidade de livre navegação. Este módulo armazena as informações como entrada de dados e escolha de alternativas, solicitadas pelo usuário durante a navegação.
- modelo pedagógico - Representa os métodos e técnicas didáticas utilizadas no processo da comunicação de conhecimento. Tarefa bastante árdua, pois é neste modelo que está presente o conhecimento necessário para tomar decisões sobre quais táticas de ensino deve empregar dentre aquelas disponíveis no sistema. As decisões e ações deste modelo são altamente dependentes dos resultados do processo de diagnóstico. O modelo pedagógico diagnostica as necessidades de aprendizagem do estudante com base nas informações do modelo do estudante e na



solução do professor contida no modelo do especialista. Em geral, as decisões são sobre *qual* informação apresentar ao estudante, *quando* e *como* apresentá-la. Para desenvolver este módulo resgatou-se a experiência dos professores participantes do GEIAAM, em ministrar o conteúdo de Volume de Sólidos de Revolução. Os conceitos são introduzidos de forma clara e ilustrados com figuras que permitem a sua visualização geométrica.

- modelo da interface com o estudante - É a forma como a comunicação será realizada com o meio externo ao sistema. No VSR esta faz com que o aluno-usuário entenda o mais claramente possível as informações que o protótipo pedir ou fornecer.

A aplicação integrada destes está inserida na construção de um STI, cujas inter-relações podem ser compreendidas de acordo com a figura 3.3.

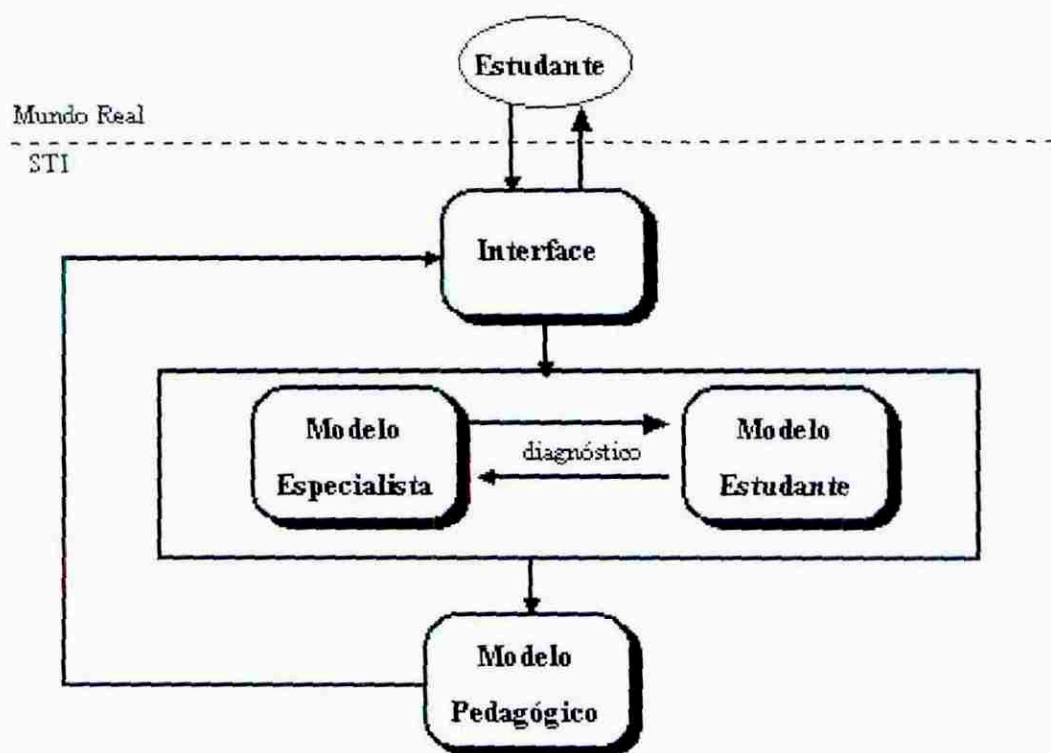


Figura 3.3: Estrutura Básica de um Sistema Tutorial Inteligente

#### 4 O CONTEÚDO DE VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO NOS CURSOS DE CIÊNCIAS EXATAS DA UFSC

Conforme Basso (2002) a Matemática tem sido considerada por muitos como uma ciência com pouca renovação e escassa de aplicações no mundo do trabalho, a não ser quando se discute sobre conhecimentos básicos em aritmética, onde há quase que uma unanimidade a respeito da necessidade de seu aprendizado.

Concordando com isto Costa (1992) afirma que o Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é uma das disciplinas mais tradicionais das Ciências Exatas, preservando sua forma original. Tomando os trabalhos de Euler, o texto *Introductio in Analysin Infinitorum* de 1748 e *Institutiones Calculi Integralis* (3 volumes) de 1768-1770, como exemplo, percebe-se a utilização de uma sistemática muito parecida com os livros de cálculos atuais. “A diferença básica entre os primeiros livros e os mais atuais é alguns tópicos que foram acrescentados, reformulações de algumas definições como o limite (Cauchy, Weirstrass) e de resultados como as Integrais de Linha e de Superfície” ((Green, Stokes), op. cit. Costa (1992)).

Uma das poucas mudanças que pode ser considerada importante aconteceu em 1927, onde o Cálculo diferencial e o Cálculo Integral tiveram sua separação totalmente eliminada por R. Courant com a publicação de *Vorlesungen über Differential and Integralrechnung*.

Até mesmo sua concepção filosófica parece ser a mesma desde os seus primórdios, tratando e descrevendo fenômenos através de processos de limites, ou simplesmente se estabilizando como “uma arte que estabelece e resolve equações diferenciais” (Bers (1969), apud Costa (1992)).

Diante de tão poucas mudanças na forma de se ensinar Cálculo Diferencial e Integral, é impreenscindível uma reflexão dos educadores desta disciplina sobre este fato, pois mesmo com o advento de calculadoras, microcomputadores e outras tecnologias, a “espinha dorsal” do Cálculo é a mesma do final do século XXVII. São considerados fatores relevantes deste “conservadorismo” fatos como o reconhecimento de diversas aplicações logo após sua descoberta, e ser uma importante ferramenta quantitativa da ciência na era moderna.

#### **4.1 VOLUME DE SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO NOS PROGRAMAS DAS DISCIPLINAS DE CÁLCULO**

Dentre os conteúdos do Cálculo Diferencial e Integral o volume de sólido de revolução pode ser considerado uma das mais importantes aplicações da integral definida. Aparece nos programas de Cálculo B e Cálculo II e de outras disciplinas de diversos cursos de ensino Superior. Na UFSC, está presente nos programas das disciplinas: de Cálculo B para diversas especializações da Engenharia (Elétrica, Civil, Sanitária, Mecânica, de Alimentos, Química, Produção Elétrica, Produção Mecânica, Produção Civil, Controle e Automação) e Ciências da Computação; de

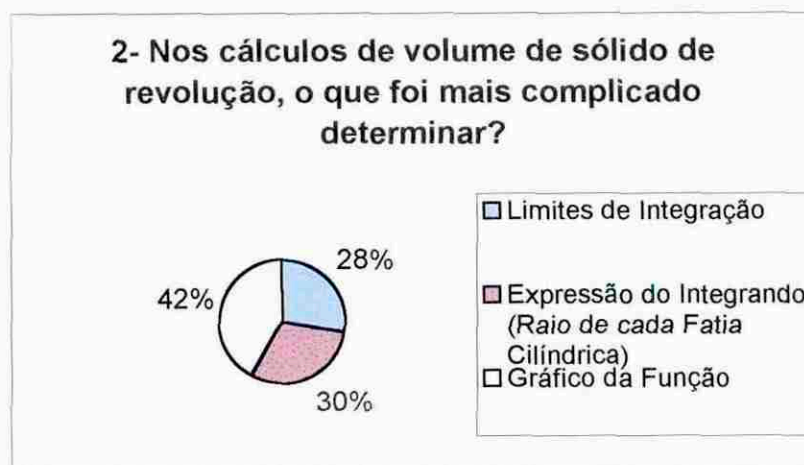
Cálculo II para os cursos de Física, Química e Matemática. No curso de Agronomia o Volume de Sólido de Revolução (VSR) aparece na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Há ainda uma disciplina para Engenharia Elétrica, o Cálculo II, que aborda este assunto. Em geral, o VSR faz parte da segunda unidade das disciplinas citadas, como uma das aplicações da integral definida.

Segundo a professora Rosimary Pereira, que leciona Cálculo B a diversos cursos da UFSC, existem dificuldades por partes dos alunos no cálculo de Volume de Sólidos de Revolução. Este problema foi confirmado através de questionário aplicado a 46 alunos de uma de suas turmas em 2002. O questionário simples pode ser visto no Anexo 1. Os gráficos gerados pelas respostas obtidas estão representados nas figuras 4.1 e 4.2.



**Figura 4.1: Gráfico das respostas da primeira pergunta**





**Figura 4.2: Gráfico das respostas da segunda pergunta**

Como se pode observar, de acordo com o primeiro gráfico a professora Rosimary Pereira estava certa quanto às dificuldades dos alunos, pois 47% dos alunos apontaram o cálculo de Volume de Sólidos de Revolução (VSR) como uma das aplicações de integral definida de maior grau de dificuldade. Mas é preciso lembrar que 39% deles apontaram o cálculo de Comprimento de Arco como mais difícil, desta forma seria de grande valia que interessados no assunto fizessem um estudo sobre o mesmo e procurassem possíveis alternativas para auxiliar os alunos.

Observando agora o gráfico correspondente ao segundo questionamento, que procura identificar o principal problema no estudo do VSR, nota-se que 42% dos entrevistados apontam o gráfico das funções envolvidas na geração do sólido de revolução como principal dificuldade neste assunto. As dúvidas dos alunos neste ponto poderiam ser facilmente esclarecidas com o uso de softwares algébricos, que



fazem construção gráfica, concomitantemente à resolução de seus exercícios. Um destes softwares será comentado na seção 4.2.

Entretanto 58% dos estudantes apontam a determinação dos limites de integração e da expressão do integrando (Raio de cada Fatia Cilíndrica) como principal dificuldade do conteúdo. A primeira idéia para se sanar tais dúvidas seria a consulta em livros de Cálculo Diferencial e Integral contido na Bibliografia indicada nos programas das disciplinas. Apresentar-se-á uma síntese da forma em que está apresentado o VSR em alguns destes livros no tópico 4.3.

Uma outra forma seria a utilização de um apoio computacional nas aulas de cálculo oferecendo ao aluno-usuário uma certa interação, além de alguns tópicos do CDI considerados importantes na fundamentação e solidificação do assunto. É com esta proposta que se iniciou o desenvolvimento do protótipo de software VSR, buscando oferecer ao aluno e professor mais uma alternativa de estudos do assunto em questão.

## **4.2 O ESTUDO DE VOLUME DE SÓLIDO DE REVOLUÇÃO COM O SOFTWARE MAPPLE V**

Conforme Lima (Sem Ano), atualmente a capacidade de processamento dos computadores está crescendo rapidamente. Surgem cada vez mais códigos computacionais altamente sofisticados e que procuram auxiliar as pessoas nas suas atividades, principalmente às mais complexas, como na Engenharia, Física e Matemática.

O MAPPLE V é um sistema computacional algébrico muito utilizado nos meios acadêmicos e científicos. Tem capacidade de efetuar facilmente e com precisão os mais variados problemas de Matemática, algébricos ou numéricos, como por exemplo: resolução de sistemas de equações lineares, matrizes, diferenciação, integração e equações diferenciais. As facilidades gráficas permitem que se visualize rapidamente as informações em 2D e 3D.

Na UFSC, pode-se apontar o MAPPLE V como um dos softwares mais utilizados nas aulas de matemática, principalmente pelos professores de Cálculo B e Cálculo II. Ele está disponível, na UFSC, nos laboratórios de informática do CTC e da Matemática. Para utilização dos mesmos existem alguns cursos “on line” e algumas bibliografias que auxiliam na utilização do mesmo.

Este software possibilita a construção de gráficos de alta precisão além de fazer todos os cálculos com precisão quase que instantaneamente.

Porém este software pode ser comparado a uma “caixa preta”, onde você dá os dados e ele traz o resultado exato, sem qualquer explicação. Desta maneira o protótipo de software VSR objetiva ser um auxílio nos estudos do assunto, procurando trazer aos interessados de uma forma mais interativa a teoria abordada e alguns exercícios.

O MAPPLE V é uma ferramenta a qual infelizmente encontram-se pouquíssimos relatos de experiência sobre sua utilização. Há diversos textos e apostilas trazendo comandos que auxiliam os alunos nos seus estudos. Diversos exemplos estão disponíveis na internet indicando os comandos necessários para

verificação de resultados e visualização gráfica para *Técnicas de Integração; Integração Imprópria; Aplicações da Integral Definida: Volume de Sólidos de Revolução, Gráficos em Coordenadas Polares, Área em Coordenadas Polares; Funções de Várias Variáveis: Gráficos de Superfícies, Curvas de Nível e Plano Tangente; Máximos e Mínimos; Integrais Duplas e Integrais Triplas – Cálculo de Volumes*. Todos estes trabalhos podem servir como fonte para alunos e professores que pensam em utilizar a informática no ensino das disciplinas de matemática. A seguir apresenta-se os comandos do Mapple V para o cálculo de VSR.

Para calcular o volume do sólido de revolução obtido pela rotação, em torno do eixo x, de uma região R, pode ser feito da seguinte maneira:

`>with(student):`

`>with(plots):`

`>f:=x->"expressão que define a função de x";`

`>plot(f(x),x=a..b);` para visualizar a área que gera o volume.

`>V:=Pi*Int((f(x))^2,x=a..b);` apresenta a integral que calcula o volume procurado.

`>evalf("");` apresenta o resultado na forma aproximada do resultado imediatamente anterior, aqui representado por “.

`>plot3d([r,f(r)*cos(t),f(r)*sin(t)],r=0..b,t=0..2*Pi,grid=[30,30]);` apresenta o sólido rotacionado em torno do eixo x.

Analogamente, calcula-se o volume de sólido de revolução obtido pela rotação, em torno do eixo y, de uma região R através dos seguintes comandos:

>with(student):

>with(plots):

>f:=x->"expressão que define a função de x";

>plot(f(x),x=a..b); para visualizar a área que gera o volume.

>V:=Pi\*Int((f(y))^2,y=c..d); integral que calcula o volume procurado.

>evalf(""); apresenta o resultado na forma aproximada do resultado imediatamente anterior, aqui representado por “.

>plot3d([r\*cos(t),f(r),r\*sin(t)],r=0..b,t=0..2\*Pi,grid=[30,30]); apresenta o volume do sólido rotacionado em torno do eixo y.

>plot3d([r\*cos(t),r\*sin(t),f(r)],r=0..b,t=0..2\*Pi,grid=[30,30]); apresenta o volume do sólido rotacionado em torno do eixo y, mas substituindo o eixo z, pelo eixo y.

### 4.3 VSR NOS LIVROS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Durante a análise dos programas das disciplinas citadas no início do capítulo, observou-se como o conteúdo do Volume de Sólidos de Revolução está apresentado em alguns dos livros contidos na bibliografia do conteúdo programático das disciplinas de Cálculo B, de Cálculo II. Notou-se uma grande similaridade entre todos os livros.



Primeiramente é preciso lembrar que o livro “O Cálculo com Geometria Analítica”, de Louis Leithold, estava presente na bibliografia de todos programas pesquisados. Enquanto que “Cálculo A”, de Diva M. Flemming & Mírian B. Gonçalves, e “Cálculo com Geometria Analítica”, de George F. Simmons, estavam presentes em 80% dos programas analisados. Por serem os mais citados, fez-se um estudo de como o assunto é abordado nestes livros.

Os três livros em questão possuem algumas particularidades quando abordam o assunto, pode-se notar isto pelas suas definições de sólido de revolução:

- “Se a região sob uma curva  $y = f(x)$  entre  $x = a$  e  $x = b$  gira ao redor do eixo  $x$ , ela gera uma figura tridimensional chamada sólido de revolução.”( Simmons (1987))
- “Fazendo uma região plana girar em torno de uma reta no plano, obtemos um sólido, que é chamado sólido de revolução. A reta ao redor da qual a região gira é chamada eixo de revolução”.(Flemming (1992))
- “O sólido de revolução é obtido pela rotação de uma região num plano em torno de uma reta no plano, chamada eixo de revolução, o qual pode ou não interceptar a região.”(Leithold (1994))

Ao iniciar os estudos sobre aplicações da integral definida, ambos os livros fazem uma pequena introdução sobre sua importância em diversos campos das ciências. Para introduzir o Volume de Sólidos de Revolução (VSR), Simmons e Leithold fazem o leitor lembrar do processo do cálculo de áreas através da integral

definida (divide o intervalo em sub-intervalos), concluindo no final que um processo parecido pode ser utilizado no cálculo do VSR.

Os autores mostram o desenvolvimento da fórmula para cálculo do volume de alguns casos de sólidos de revolução. Flemming e Leithold trazem quatro casos – Rotação em torno do eixo  $x$ , em torno do eixo  $y$ , em torno de um eixo paralelo ao eixo  $x$  e em torno de um eixo paralelo ao eixo  $y$ . Porém Simmons não deixa muito claro o objetivo daqueles cálculos, um exemplo é o caso de rotação em torno do eixo  $y$ , o qual não mostra a região que gira nem fala que aquele é um sólido de revolução, o que pode confundir o leitor. Simmons também não mostra o caso de rotação em torno de um eixo paralelo aos eixos  $x$  e  $y$ .

Os livros de Simmons e Leithold trazem além do método da “Fatia Cilíndrica”, apresentam também o método de cálculo do VSR através da “Casca Cilíndrica”, como um método alternativo, este que muitas vezes pode facilitar o processo de cálculo.

Para tornar mais claro ao leitor o processo de cálculo do VSR, os livros trazem alguns exemplos resolvidos “passo a passo”. Tanto em Leithold, como em Flemming estes são cinco para o método da “Fatia Cilíndrica”, enquanto que Simmons traz quatro deste mesmo método.

Já para fixação do conhecimento os autores trazem um número bem variado de exercícios propostos. Leithold é o que mais possui, são 50 do método da “fatia cilíndrica” e 44 de “casca cilíndrica”. Flemming oferece 21 exercícios agrupados por



caso de sólido de revolução. Simmons traz um total de 33 exercícios para os dois métodos de cálculo do VSR.

É importante lembrar que nenhum dos três livros observados sugere a utilização de softwares matemáticos para construção de gráficos ou até mesmo busca de soluções com uso de informática. O que está de acordo com Basso (2002), segundo ele, a forma que se ensina Matemática atualmente é muito parecida com a metodologia de ensino da idade média, desconsiderando-se totalmente a tecnologia existente desenvolvida pela ciência moderna. Porém alguns autores, como Howard Anton e George B. Thomas, estão percebendo as mudanças e bibliografias mais novas indicam utilização de softwares, comandos destes e links na internet para acessar arquivos com algumas aulas com apoio computacional.

A teoria apresentada no protótipo de software VSR está baseada na teoria apresentada por Flemming (1992), usando o método das Fatias Cilíndricas, pois é o método mais aplicado nas disciplinas de Cálculo e outras de programas equivalentes da UFSC.

## **5 O PROTÓTIPO DE SOFTWARE VSR**

### **5.1 OBJETIVOS DO PROTÓTIPO**

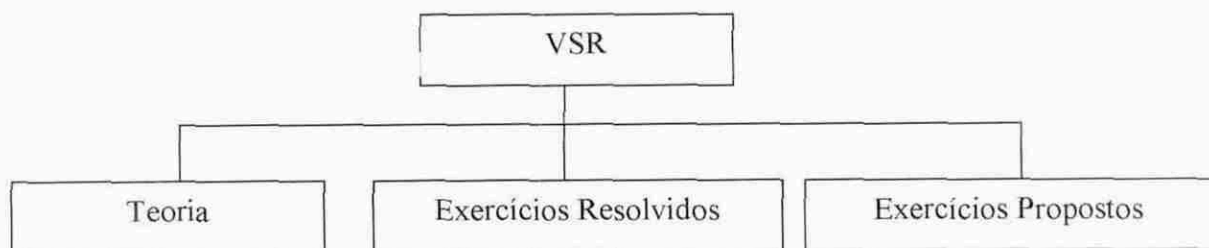
O objetivo principal é servir como um recurso didático alternativo para auxiliar os alunos nos estudos sobre Volume de Sólidos de Revolução. Como objetivos específicos pode-se apontar:

- Servir como apoio didático a professores e/ou alunos;
- Fixar o conteúdo exposto em sala de aula;
- Motivar os alunos a estudarem Volume de Sólidos de Revolução;
- Auxilia-los na resolução de problemas envolvendo Sólidos de Revolução.

O público alvo deste protótipo é constituído por alunos que estão cursando disciplinas de Cálculo que abordam o conteúdo Volume de Sólidos de Revolução, em cursos de Ciências Exatas. Há também a possibilidade de utilização do protótipo por alunos de cursos de Ensino à Distância.

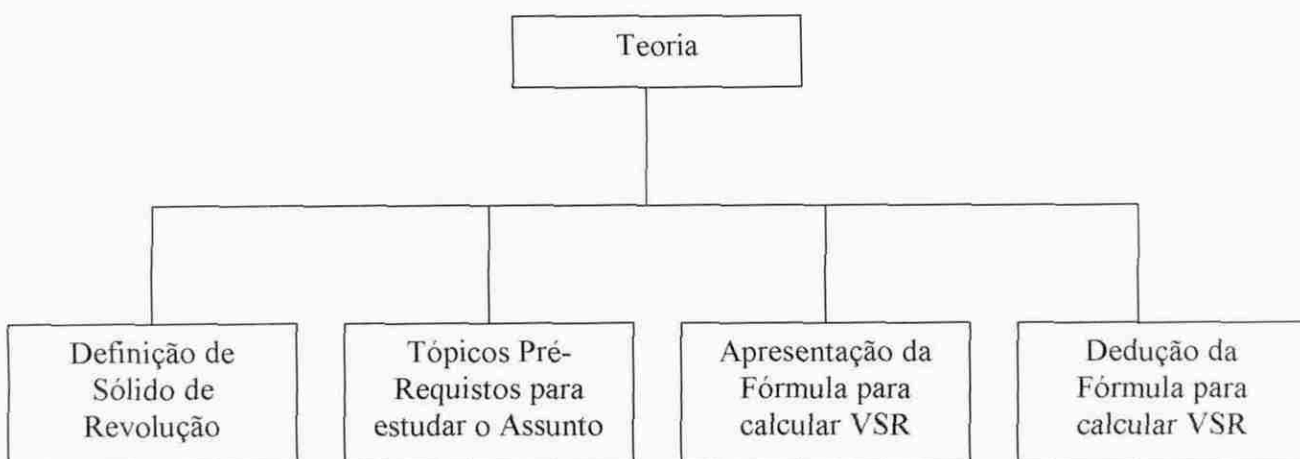
### **5.2 ESTRUTURA DO PROTÓTIPO**

O VSR apresenta a seguinte estrutura como mostra a figura 5.1.



**Figura 5.1: Estrutura básica do protótipo VSR**

A estrutura da teoria está mais detalhada na figura 5.2.



**Figura 5.2: Estrutura do Módulo Teoria**

### 5.3 DESCRIÇÃO DO AMBIENTE DE PROGRAMAÇÃO: SHELL KAPPA

A Shell KAPPA, compatível com Windows®, é uma ferramenta que possibilita a construção de Sistemas Especialistas. Por proporcionar uma forma facilitada da representação do conhecimento, também utilizasse esta Shell na construção de softwares que simulam sistemas complexos, sistemas estes que são encontrados na vida real.

Uma das características suas que não pode ser esquecida é o fato desta Shell possibilitar mecanismos para formação de expressões similares ao da programação com linguagens convencionais.

É preciso ressaltar que com sua utilização tem-se a alternativa de produzir sistemas capazes de armazenar conhecimentos necessários para entender a complexidade de certos campos de ação. Desta forma o computador pode adquirir os conhecimentos de um “expert” humano e solucionar problemas com alto grau de dificuldade.

### **5.3.1 Definição de objetos**

A Shell KAPPA, ao contrário da maioria das ferramentas chamadas “expert” (*expert systems toll*), proporciona não somente regras. No KAPPA os componentes do domínio do sistema são apresentados por estruturas chamados objetos (*objects*). Estes objetos são classes ou instâncias, que são usados para representar conceitos ou objetos concretos. Há algumas diferenças entre elas, classe é um item mais geral, enquanto que instância é mais específico. Outra diferença que pode ser apontada é o





representada por um slot e por um valor dele. O valor pode ser um número, uma lista, um texto, um valor booleano (verdadeiro ou falso).

O slot sendo definido a partir do objeto, será herdado por todas as classes descendentes, mas seu valor pode mudar. Quando um slot é herdado de uma classe anterior, ele aparece precedido de asterisco.

### 5.3.3 Regras, Funções e Métodos

Na Shell KAPPA é possível descrever os processos do domínio através de três maneiras diferentes: regras, funções e métodos. Todas estas são escritas na linguagem KAL, que é uma linguagem própria da Shell KAPPA.

Condições que devem ser satisfeitas para que a inferência seja aplicada podem ser feitas através das regras. As regras podem especificar interações complexas entre vários componentes do sistema. O raciocínio baseado em regras é usado para resolver muitos problemas que apresentam afirmações condicionadas. As regras possuem a forma *if-then* (se-então), em que na parte *if* estão contidas as premissas que representam um teste ou condição que deve ser satisfeita; na parte *then* estão as conclusões, representando a ação a ser tomada caso a resposta do teste seja positiva. Vejamos um exemplo de sintaxe de regra do VSR:

```
/******  
**** RULE: Regra1  
*****/  
MakeRule( Regra1, [],
```

```

ExResolvidos:numero #= "Exercício 1",
{
HideWindow( Session10 );
For X From 60 To 74
    Do HideImage( Button # X );
For Y From 50 To 53
    Do HideImage( Bitmap # Y );
HideImage( Text59 );
HideImage( Text68 );
HideImage( Text74 );
HideImage( Text75 );
ShowWindow( Session11 );
ShowImage( Bitmap50 );
For W From 60 To 61
    Do ShowImage( Button # W );
} );

```

A manipulação da base de conhecimento pode ser feita através das funções. O KAPPA fornece uma biblioteca de duzentos e quarenta (240) comandos pré-definidos que auxiliam nesta tarefa. Tais funções vão desde de um simples operador numérico até funções lógicas. Usando a linguagem *Kal*, pode-se construir outras funções de que sejam necessárias. Estas funções formarão a sequência lógica de ações que conseqüentemente permitirão a obtenção de alguma solução para o problema. Exemplificamos a sintaxe das funções do VSR:

```

/*****
**** FUNCTION: bk6.4
*****/
MakeFunction( bk6.4, [],
{
    HideWindow(Session7);
    For X [16 28]
        HideImage(Bitmap#X);
    For M [30 31]
        HideImage(Bitmap#M);

    For K [29 40]
        HideImage (Text#K);

    For Y [13 23]
        HideImage (Button#Y);

```

```

ShowWindow (Session4);

For K [43 57]
    HideImage (Text#K);
HideImage (Text61);

For W [26 32]
    HideImage (Button#W);

HideImage (Button17);

For T [37 40]
    ShowImage (Text#T);

For A [21 23]
    ShowImage (Button#A);

] );

```

Por último há a criação de métodos, que especificarão o comportamento dos *slots*. O seu papel é especificar como o *objeto* deve se portar, isto é, como o *objeto* deve agir, dando a ele habilidade para tal. Mostra-se na seqüência a sintaxe de um método do VSR:

```

/***** METHOD: exemplo *****/
MakeMethod( ExResolvidos, exemplo, [],
    ForwardChain([NOASSERT],NULL,Regra1, Regra2, Regra3, Regra4) );
MakeSlot( ExResolvidos:numero );
ExResolvidos:numero = "Exercício 1";
SetSlotOption( ExResolvidos:numero, AFTER_CHANGE, exemplo );
SetSlotOption( ExResolvidos:numero, IMAGE, SingleListBox1 );

```

Assim que um *objeto* recebe uma mensagem que está de acordo com um dos seus métodos, imediatamente ativa-se todos os procedimentos que devem ser seguidos por este objeto. Procedimentos, estes que estão descritos no método.

### 5.3.4 Linguagem KAL

Um dos caminhos mais simples para se explorar toda a capacidade da Shell KAPPA é o uso da linguagem *Kal*, utilizando-se a interface disponível entre ela e o programador. Esta linguagem auxilia no encontro de possíveis erros no programa, adicionar ou remover um *slot* ou qualquer objeto que se queira.

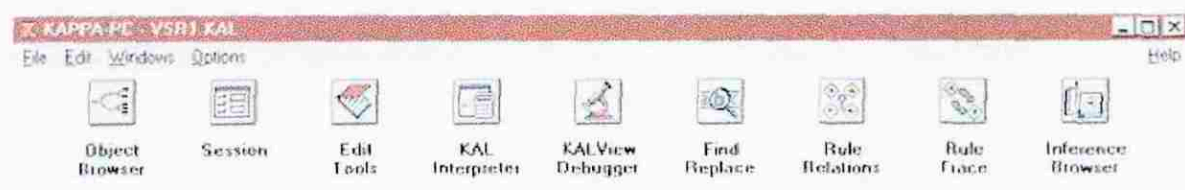
A linguagem *Kal* oferece diversos comandos como operadores matemáticos (+, -), operadores de associação e atribuição (=, <), operadores lógicos (and, or e nor) e também expressões especiais (*for*, *while* e *if*).

Antes de fazer qualquer programação primeiramente se faz todas as regras necessárias em linguagem coloquial. Depois faz a compilação para linguagem *Kal*.

### 5.3.5 Interface do KAPPA

Além de todas as ferramentas apresentadas até agora, a Shell KAPPA oferece uma interface para o desenvolvimento de aplicações. Nesta interface encontra-se ferramentas para a visualização e modificação de vários elementos desta Shell. O sistema oferece ao programador recursos suficientes para a entrada de dados, formulação de questionamentos e forneça respostas.

A janela principal da Shell *Main Window*, que pode ser visualizada na figura 5.4, apresenta nove botões que dá acesso a outras nove janelas, que são: *Object Browser*, *Session*, *Edit Tools*, *KAL Interpreter*, *Kal View Debugger*, *Find Replace*, *Rule Relations*, *Rule Trace* e *Inference Browser*. No desenvolvimento do VSR as janelas mais utilizadas foram: *Object Browser*, *Session*, *Edit Tools* e *KAL Interpreter*.



**Figura 5.4: Interface da Shell com o programador**

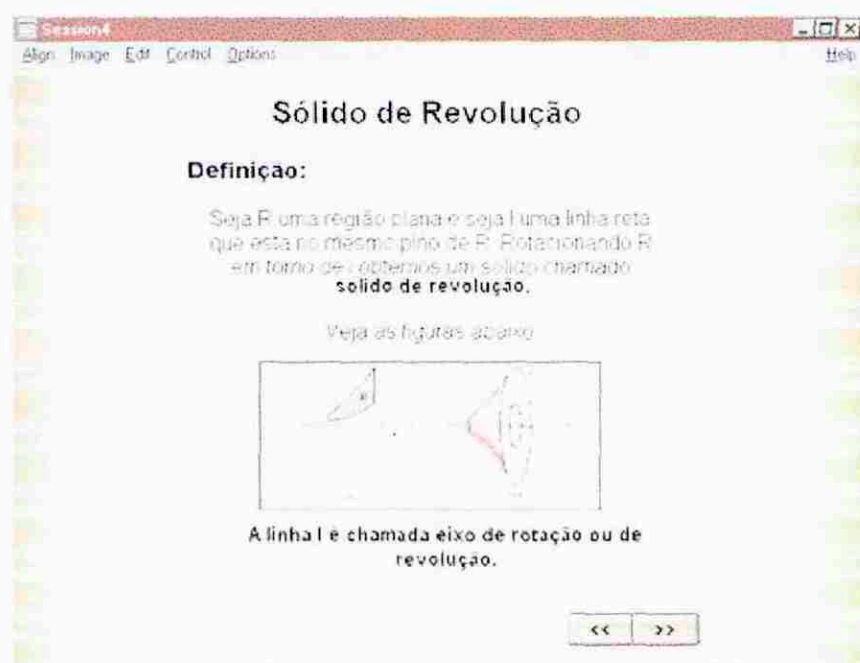
A utilização da interface facilita ao programador as mudanças necessárias na base de conhecimento e obtenção de soluções a equívocos de regras. Além de permitir ao programador construir a interface do sistema em construção que será oferecida ao usuário.

### 5.3 VSR - TEORIA

Ao iniciar a navegação o protótipo apresenta primeiramente ao usuário uma tela a definição de Sólidos de Revolução, que pode ser vista na figura 5.5.

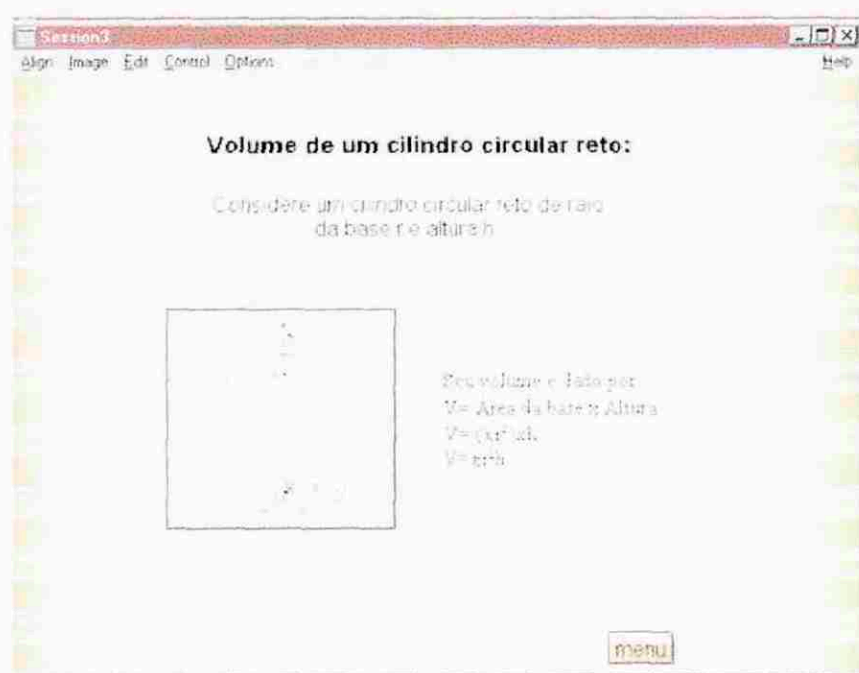
Seguindo a navegação o usuário se depara com uma segunda tela que lhe dá três opções: acessar o desenvolvimento da Teoria (Teoria), navegar pelos exemplos (Exercícios Resolvidos), ou entrar no tópico “Exercícios Propostos”, como o próprio título do tópico diz, nesta parte o aluno-usuário poderá avaliar seus conhecimentos e verificar seus erros através de exercícios.





**Figura 5.5: Tela “Definição de Sólido de Revolução”**

Optando por navegar pela Teoria, o usuário se deparará com uma tela, figura 5.6, que apresenta alguns dos tópicos básicos para o estudo do Volume de Sólidos de Revolução.



**Figura 5.6: Tela com tópicos pré requisitos para estudar VSR**

Para ver estes tópicos basta um clique sobre um dos botões. A figura 5.7 traz um exemplo em que o usuário acessou o tópico “Volume de Cilindro Circular Reto”.

Seguindo a navegação pela teoria, o aluno usuário terá duas opções, como pode ser visto na figura 5.8, para seguir o seu estudo: “Fórmulas para o Cálculo de VSR” ou “Dedução da Fórmula para Cálculo do VSR”. Tal escolha será a critério do estudante ou do professor que está ministrando a aula.

É preciso lembrar que o aluno terá acesso, a qualquer momento, aos tópicos básicos através do Índice contido na barra de ferramentas.

**Figura 5.7: Tela sobre Volume do Cilindro Reto**



**Figura 5.8: Opções de Navegação da Teoria**

## 5.4 VSR - EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Os exercícios resolvidos objetivam mostrar ao aluno-usuário uma forma de calcular o volume de sólidos de revolução, usando o método das fatias cilíndricas, ou método do disco, através de cinco passos:

1. Esboçar a Região R a ser rotacionada;
2. Identificar eixo de rotação e intervalo de integração;
3. Expressar o raio de cada fatia cilíndrica em função de  $x$  ou  $y$ ;
4. Escrever a integral que resulta no volume procurado;

## 5. Calcular esta Integral.

Na figura 5.9 pode-se ver a tela que apresenta estes passos ao estudante.

**Figura 5.9: Tela dos passos para se Calcular o VSR**

O protótipo VSR apresenta quatro exercícios resolvidos os quais são considerados casos básicos. Desta forma pretende-se que o aluno adquira alguns fundamentos para resolução de outros exercícios mais complexos sobre o assunto.

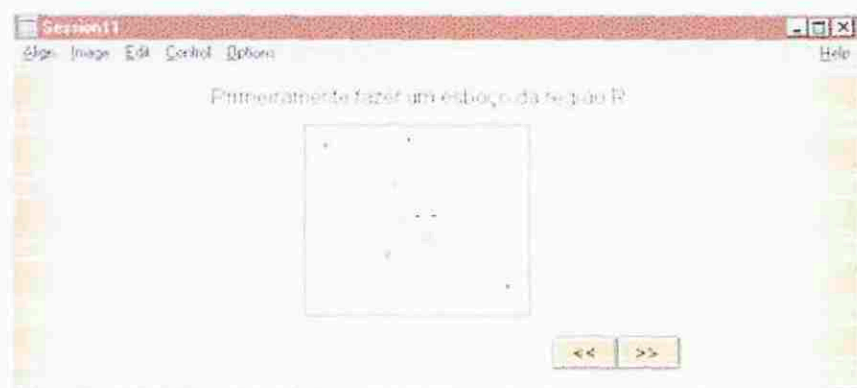
A resolução é demonstrada passo a passo, seguindo o esquema que foi dado anteriormente. Como exemplo desta interação vejamos a resolução do primeiro exercício acompanhando as figuras. O enunciado é o seguinte:

“Seja R a região delimitada pelas retas  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = -1$  e pelo gráfico da função  $y = x^2 + 1$ . Determine o volume do sólido obtido pela rotação de R em torno



do eixo x”.

O primeiro passo, conforme o esquema anterior, é a construção do gráfico da região R, como pode se ver na figura 5.10.

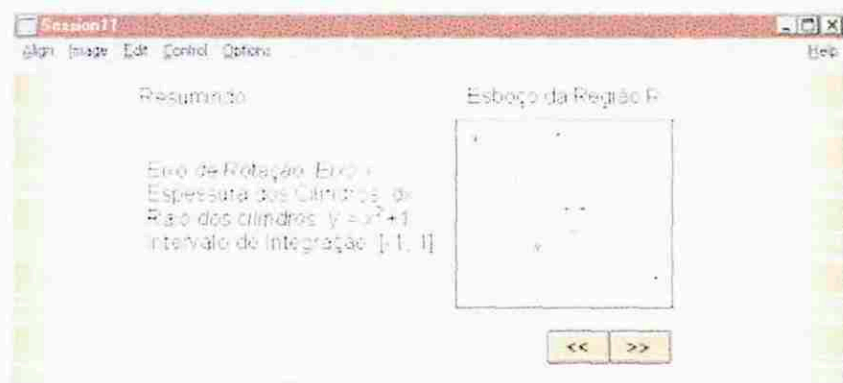


**Figura 5.10: Tela do esboço do gráfico da Região R.**

O próximo passo é a identificação do eixo de rotação. Observando o enunciado facilmente conclui-se que é o eixo dos x, pois ele dá claramente esta informação ao estudante.

Na sequência determina-se a espessura ( ou altura) de uma “fatia cilíndrica”, que neste caso é  $dx$ , e o raio da mesma. No exemplo, o raio é determinado pela função  $y = x^2 + 1$ , uma vez que a rotação de R se dá em torno do eixo dos x. Ver a figura 5.11.





**Figura 5.11: Tela que conclui o raio de cada fatia cilíndrica.**



A próxima fase do processo de resolução do problema, a última antes de se calcular a integral que dá o volume deste sólido, é a determinação do intervalo de integração. Neste caso é  $[-1, 1]$ , determinado pela observação do gráfico.

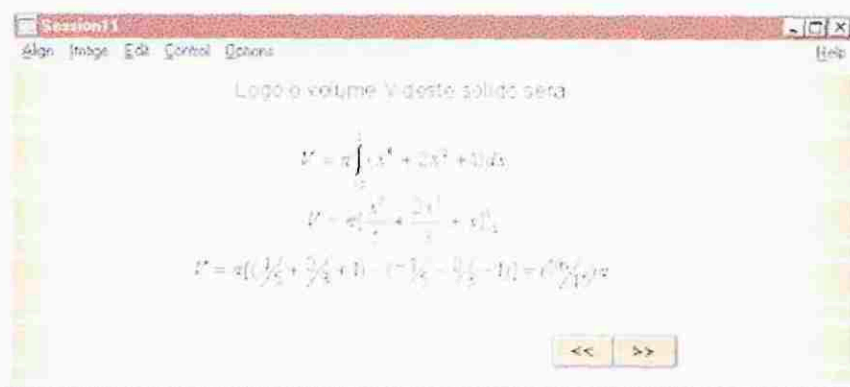
A seguir o protótipo apresenta um resumo dos dados colhidos durante o processo de solução como se pode ver na figura 5.12.

**Figura 5.12: Resumo dos dados do Exercício Resolvido no VSR**

A última tela da sequência de resolução deste problema no VSR mostra a resolução da Integral que resulta no volume calculado, como pode se ver na figura 5.13.

**Figura 5.13: Cálculo da Integral que dá o Volume do Sólido**

De maneira análoga o protótipo de software VSR apresenta a resolução dos outros três exercícios para o aluno usuário, sempre que possível, proporcionando um pouco de interatividade.



Logo o volume  $V$  deste sólido será

$$V = \pi \int_0^1 (x^4 + 2x^2 + 1) dx$$

$$V = \pi \left[ \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x \right]_0^1$$

$$V = \pi \left[ \left( \frac{1}{5} + \frac{2}{3} + 1 \right) - \left( 0 + 0 + 0 \right) \right] = \pi \left( \frac{16}{15} \right)$$

## 5.5 VSR - EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Assim como os exercícios resolvidos, o protótipo VSR oferece quatro exercícios propostos, tentando abranger os quatro casos básicos de sólidos de

revolução – rotação em torno do eixo  $x$ , rotação em torno do eixo  $y$ , rotação de um eixo paralelo ao eixo  $x$ , e rotação em torno de um eixo paralelo ao eixo  $y$ .

O aluno-usuário receberá do protótipo o enunciado do problema e uma caixa de diálogo onde ele deverá colocar a resposta obtida. Caso o aluno acerte a resposta o sistema o parabeniza pelo seu desempenho.

Caso contrário o sistema apresenta a resolução do exercício seguindo os passos indicados nos exercícios resolvidos, dando condições ao aluno de verificar onde ocorreram os erros.

## CONCLUSÃO

O trabalho aqui implementado teve como objetivo geral a implementação de um protótipo de software para auxiliar alunos dos cursos de Ciências Exatas e Tecnológicas na aprendizagem do Cálculo de Volume de Sólidos de Revolução. Protótipo este que está sua fase final de implementação, com previsão de conclusão para final do mês de Março.

Ao propor o desenvolvimento do protótipo VSR, passou-se por diversos obstáculos. Um deles foi a estruturação do protótipo, que exigiu um processo de reflexão e discussão com a professora orientadora e um período de amadurecimento.

Depois de concluído o protótipo, deseja-se torná-lo disponível nos laboratórios da UFSC (CTC, Matemática e no próprio GEIAAM) para que os alunos utilizem-no sempre que necessitem. É necessário lembrar que o VSR, depois de finalizado, é um protótipo, desta forma ele deverá passar por um importante processo de experimentação e avaliação. A partir do recolhimento de opiniões e sugestões, far-se-á alterações que forem julgadas necessárias para que o VSR satisfaça as necessidades dos usuários.

Ressalta-se que a experiência adquirida com o desenvolvimento de ferramentas que possam contribuir para o ensino de Matemática gera grande expectativa e motivação para a continuidade nas pesquisas sobre o assunto.

## BIBLIOGRAFIA

- BARR, A. e FEIGENBAUM, E. A., "The Handbook of Artificial Intelligence", Morgan Kaufman. Los Altos: CA
- BASSO, Marcus V. de A. & OUTROS, "Educação Tecnológica e/na Educação Matemática Aplicações da Matemática Elementar na Sala de Aula ou "Focinho de Porco Não é Tomada"". [On Line] Arquivo disponível em [http://teleduc.nied.unicamp.br/oea/pub/art/tecno\\_ed\\_matematica.pdf](http://teleduc.nied.unicamp.br/oea/pub/art/tecno_ed_matematica.pdf) (Acessado em 12/2002).
- BITTENCOURT, J. M., "Breve História da Inteligência Artificial. [OnLine] Arquivo disponível em <http://www.das.ufsc.br/gia/history/node3.html> (Acessado em 10/2002)
- CANO, C.A., "Os recursos da informática e os contextos de ensino e aprendizagem". In: SANCHO, J.M. "Para uma tecnologia educacional" (Trad. Beatriz Affonso Neves) Porto Alegre: ArtMed, 1998.
- CHAIBEN, HAMILTON. "Inteligência Artificial na Educação", [On Line] disponível em <http://www.cce.ufpr.br/~hamilton/iaed/iaed.htm> , 1999 (acessado em 9/02).
- COBURN, PETER & OUTROS, "Informática na Educação". Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1988.



- CONCEIÇÃO, KATIANI DA, “Um Protótipo para Resolução de Problemas de Máximos e Mínimos de Funções de Várias Variáveis”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.
- COSTA, RAIMUNDO J.M., “Sistemas Tutores Inteligentes”. [On Line] disponível em <http://www.nce.ufrj.br/ginape/publicacoes/trabalhos/MacarioMaterial/index.htm> , 2002 (acessado em 12/02).
- CUENA, JOSÉ & OUTROS, “Inteligência Artificial: Sistemas Expertos”. Alianza Editorial. Madri (Espanha), 1986.
- DEMO, PEDRO, “Desafios Modernos da Educação”. Vozes. 4ª ed. Petrópolis, 1996.
- DODSON, CHRISTOPHER T.J. & GONZALES, ELIZABETH A., “Experiments in Mathematics Using MAPLE”. Springer, Berlim (Alemanha), 1995.
- DURKIN, J.. “Expert systems design and development”. Prentice Hall, USA, 1994.
- EGER, RITA de C. S. & DUARTE, MARIA da O., “Cálculo com e Álgebra Linear com Derive”. Editora da UFSC, Florianópolis 1995.
- FLEMMING, E., “Um sistema tutor multi-agentes no domínio da lógica”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina.
- GENARO, SÉRGIO, “Sistemas Especialistas – O Conhecimento Artificial”. Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1986.

- GONÇALVES, MIRIAN B., “Cálculo A – Funções, Limite, Derivação e Integração”. Makron Books do Brasil. 5ª edição São Paulo, 1993.
- KAPPA Reference Manual. Intelicorp, 1993.
- KAPPA User’s Guide. Intelicorp, Inc. 1991.
- KELLER, ROBERT, “Tecnologia de Sistemas Especialistas – Desenvolvimento e Aplicação”. Makron Books do Brasil, São Paulo, 1991.
- LEVINE, ROBERT I., “Inteligência Artificial e Sistemas Especialistas: Aplicações e exemplos práticos”. McGraw-Hill. São Paulo, 1988.
- LIMA, LAERTE de A. & LIMA, ANTONIO G. B., “ O Uso do Software Mathematica nos Cursos de Graduação em Engenharia Mecânica”, [On Line], disponível em <http://www.asee.org/international/INTERTECH2002/517.pdf> , (acessado em 12/02)
- LISBOA, INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE; “Aula Prática I – Introdução ao Matlab”, [On Line], arquivo disponível em <http://www.deetc.isel.ipl.pt/analisedesainai/pdsl/Trabalhos/Aula1.pdf> , 10/02 (Acessado em 12/02).
- LITWIN, EDITH, “Tecnologia Educacional – Política, Histórias e Propostas”. Artes Médicas, Porto Alegre, 1997.
- LOPES, MAURÍCIO C. & JÚNIOR, DANTON C.F., “Um Tutorial para o ambiente Delphi Utilizando Agentes”. [On Line], arquivo disponível em

- <http://www.inf.furb.br/~mclopes/artigos/ArtMcIJunior99.doc> , 1999  
(acessado em 10/2002)
- MUNEM, MUSTAFA A., “Cálculo”. Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda. Rio de Janeiro.
- PASSOS, EMMANUEL LOPES, “Inteligência Artificial e Sistemas Especialistas: Ao Alcance de todos”. Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda. Rio de Janeiro, 1989.
- PEREIRA, ROSIMARY & EGER, RITA DE CÁSSIA. “Laboratório de Cálculo B”. [On Line] arquivo disponível em <http://mtm.ufsc.br/~cleide/GEIAAM/md.html> , 2001 (acessado em 4/2002).
- RABUSKE, RENATO ANTÔNIO, “Inteligência Artificial”. Editora da UFSC. Florianópolis, 1995.
- RAMOS, Alexandre C. B.E Outros, “Congresso de Informática e Telecomunicações - Petrobras e USP”. Anais INFTEL'97, 1997.
- RAMOS, EDLA F., “Educação e Informática - Reflexões Básicas”, [Online] arquivo disponível em <http://www.inf.ufsc.br/~edla/publicacoes/GRAPHICA.zip> , 1996 (acessado em 10/02)
- RICH, ELAINE, “Inteligência Artificial”. McGraw-Hill, São Paulo, 1988.
- RUSSEL, S.J. & NORVING, P., “Artificial Intelignece: A modern approach”, Printice-Hall Inc, 1995.

- VIEIRA, FÁBIA M.S, “Avaliação de Software Educativo: Reflexões para uma Análise Criteriosa”, [Online]. Disponível em <http://www.connect.com.br/~ntemg7/avasoft.htm> , acessado em 11/02 .
- SABBATINI, RENATO M. E., “Sistemas Especialistas na Medicina”. [On Line] disponível em <http://www.epub.org.br/informaticamedica/n0105/widman.htm> , 1998 (acessado em 10/2002)
- SANTOS, NILSON M. & FÁVERO, ALEXANDRE J., “Sistemas Especialistas”, [On Line], disponível em <http://www.din.uem.br/ia/especialistas/> ,acessado em 11/02
- SHIRAI, YSHIAKI & TSUJI, JUN-ICHI, “Artificial Intelligence – Concepts, Techniques and Aplications.John Wiley and Sons Ltda, New York, 1984.
- SWOKOWSKI, EARL W., “Cálculo com Geometria Analítica”. Makron Books do Brasil. 2ª edição São Paulo, 1994.
- TAJRA, SANMYA FEITOSA, “Informática na Educação: Professor na atualidade”. Érica. São Paulo, 1998.
- TANEJA, INDER J., “MAPLE V – Uma abordagem computacional no ensino de Cálculo”. Editora da UFSC, Florianópolis, 1997.
- TEXEIRA, ADRIANO C., “Avaliação de Software Educacional”, [Online] Disponível em <http://upf.tche.br/~teixeira/textos/sc.pdf> , (acessado em 11/02)

- TROLLIP, S.R. & ALESSI, S.M., "Computer – Based Instruction, Methods and Development". Prentice Hall, Second Edition, INC, 1991.
- YAZDANI, MASOUD, "Artificial Intelligence – Principles and Applications", Chapman and Hall Computing, London (EUA), 1986.
- WINSTON, PATRICK H., "Inteligência Artificial". Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1988.
- ZUBELLI, JORGE P. & OUTROS, "Tutorial para Matlab – Curso de Métodos para Finanças", [On Line] disponível em <http://w3.impa.br/~zubelli/tutorial/>, (acessado em 12/02).
- ZUCHI, IVANETE. "O desenvolvimento de um Protótipo de Sistema Especialista Baseado em técnicas de RPG para o ensino de Matemática", dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2000.



## **ANEXOS**

## ANEXO 1 – QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS

1) Qual aplicação da integral definida você teve mais dificuldade?

- ( ) Área da Região Plana
- ( ) Volume de Sólidos de Revolução
- ( ) Área de Superfície
- ( ) Comprimento de Arco

2) No cálculo de volume de sólidos de revolução, o que foi mais complicado determinar?

- ( ) Limites de Integração
- ( ) Expressão do Integrand
- ( ) Gráfico da função

**ANEXO 2 – PROGRAMAS DAS DISCIPLINAS: CÁLCULO B,  
CÁLCULO II, CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL, CÁLCULO  
2A**



### PROGRAMA DE MTM 5162 - CÁLCULO B

PRÉ-REQUISITO(S): MTM 5161

Nº DE HORAS-AULA SEMANAIS: 04

Nº TOTAL DE HORAS-AULA: 72

SEMESTRE: 93/1

CURSOS: Engenharia Elétrica, Mecânica, Civil, Sanitária, de Alimentos, Química, Produção Elétrica, Produção Mecânica, Produção Civil, Ciências da Computação e Controle e Automação.

**EMENTA:** Métodos de Integração. Aplicações da integral definida. Integrais impróprias. Funções de várias variáveis. Derivadas parciais. Aplicações das derivadas parciais. Integração múltipla.

**OBJETIVOS:** Concluindo o programa de Cálculo B, o aluno deverá ser capaz de:

- Calcular integrais pelos métodos explicitados no conteúdo programático.
- Aplicar integrais definidas em cálculos de áreas, volumes e alguns problemas físicos.
- Adquirir noções básicas de funções de várias variáveis e aplicações que envolvam derivadas parciais.
- Calcular integrais múltiplas e fazer aplicações destas integrais.

### CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:

- 1) Métodos de Integração: integração de funções trigonométricas: integração por substituição trigonométrica; integração de funções racionais por frações parciais: integração de funções racionais de seno e cosseno.
- 2) Integral de uma função contínua por partes: integrais impróprias.
- 3) Aplicações da integral definida: comprimento de arco de uma curva plana; área de uma região plana; volume de um sólido de revolução; alguns exemplos de aplicação da integral definida na física: coordenadas polares; comprimento de arco de uma curva plana, área de uma região plana.
- 4) Funções de várias variáveis: definição; domínio; imagem; esboço de gráficos de superfícies; limite, continuidade; derivadas parciais: definição, interpretação geométrica, cálculo das derivadas parciais, derivadas parciais de função composta, derivadas parciais de função implícita, derivadas parciais sucessivas; diferencial; Jacobiano; aplicações das derivadas parciais; máximos e mínimos de funções de duas variáveis.
- 5) Integração múltipla. Integral dupla: definição; propriedades; cálculo da integral dupla: transformação de variáveis (coordenadas polares); aplicações da integral dupla em cálculo de áreas; volumes; centro de massa e momento de inércia. Integral Tripla: definição; propriedades; cálculo da integral tripla; transformação de variáveis (coordenadas cilíndricas e esféricas); aplicações da integral tripla em cálculo de volumes, centro de massa e momento de inércia.

### BIBLIOGRAFIA:

1. AYRES, Frank Jr. Cálculo Diferencial e Integral. 3. ed. São Paulo: Makron Books.
2. FLEMMING, Diva M.; GONÇALVES, Mirian. Cálculo A. São Paulo: Editora Mc-Graw-Hill.
3. GONÇALVES, Mirian Buss; FLEMMING, Diva M. Cálculo B. São Paulo: Makron Books. 1999.
4. LEITHOLD, Louis. O Cálculo com Geometria Analítica. 2. ed. São Paulo: Editora Harbra Ltda. 1986, v. 1 e v. 2.
5. McCALLUM, William G. et al. Cálculo de Várias Variáveis. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda. 1997.
6. NUNEM, Mustafa A.; FOULIS, David J. Cálculo. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois S. A. v. 1 e v. 2.
7. SIMONS, George F. Cálculo com Geometria Analítica. São Paulo: Mac Graw-Hill. v. 1 e v. 2.
8. SWOKOWSKI, Earl W. Cálculo com Geometria Analítica. 2. ed. São Paulo: Makron Books. 1994, v. 1 e v. 2.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE MTM 5116 - CÁLCULO II



PRÉ-REQUISITO(S): MTM 5115

Nº DE HORAS-AULA SEMANAIS: 06

Nº TOTAL DE HORAS AULA: 108

CURSO(S): FÍSICA, QUÍMICA, MATEMÁTICA

**EMENTA:** Técnicas de integração. Extensões do conceito de integral. Aplicações da integral definida. Funções de várias variáveis. Integral dupla. Integral Tripla.

**OBJETIVOS:**

- 1) Apresentar as aplicações da integral na solução de problemas da física através do uso de somas de Riemann.
- 2) Ensinar o cálculo de integrais usando as técnicas usuais de anti-derivação.
- 3) Apresentar noções básicas de funções de várias variáveis especialmente os conceitos de derivadas parciais, tangentes e máximos e mínimos.
- 4) Abordar a integração múltipla juntamente com suas aplicações.

**CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**

- 1 - Técnicas de Integração: Integração por partes, de funções trigonométricas; por substituição trigonométrica; de funções racionais por frações parciais; de funções irracionais; de funções racionais de seno e cosseno.
- 2 - Extensões do Conceito de Integral: Integrais de funções contínuas por partes; integrais impróprias: definição, convergência, cálculo das integrais convergentes.
- 3 - Aplicações da Integral Definida: Comprimento de arco de uma curva plana; área de uma região plana; volume de um sólido de revolução alguns exemplos de aplicação da integral definida na Física: coordenadas polares; comprimento de arco de uma curva plana; área de uma região plana.
- 4 - funções de várias variáveis: Definição; domínio; imagem; gráficos de superfícies; limite; continuidade; derivadas parciais: definição, interpretação geométrica, cálculo das derivadas parciais, derivadas parciais de função composta, derivadas parciais de função implícita; derivadas parciais sucessivas; diferencial; jacobiano; aplicações das derivadas parciais; máximos e mínimos de funções de duas variáveis.
- 5 - integral Dupla: Definição; propriedades; cálculo da integral dupla em coordenadas polares; aplicações da integral dupla em cálculo de áreas, volumes, centro de massa e momento de inércia.
- 6 - Integral Tripla: Definição; propriedades; cálculo da integral tripla; integral tripla em coordenadas cilíndricas e esféricas determinação de volumes, centro de massa e momento de inércia.

**BIBLIOGRAFIA:**

1. LEITHOLD, Loviz - Cálculo com Geometria Analítica - Harbra. Vol.01 e Vol. 02
2. AYRES, Frank Jr.- Cálculo Diferencial e Integral - Mc Graw - Hill Coleção Shaum.
3. MUNEM e FOULIS - Cálculo - Vol. 01 e 02.
4. SIMONS - Cálculo com Geometria Analítica - Vol. 01 e 02
5. FLEMMING, Diva Marília e BUSS, Miriam G. - Cálculo A - Editora Mac Graw Hill.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**



**PROGRAMA DA DISCIPLINA MTM 5176 - CÁLCULO II**

DISCIPLINA: Cálculo II  
CÓDIGO: MTM 5176  
PRÉ-REQUISITO: MTM 5175 Cálculo I  
Nº DE AULAS SEMANAIS: 04  
Nº TOTAL DE AULAS: 72  
CURSOS: Engenharia Elétrica

**EMENTA:** Aplicações de Integral; Séries Numéricas e Série de Taylor; Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1ª e 2ª Ordens; Números Complexos; Funções Complexas.

**CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:**

1) Aplicações de Integral:

- 1.1. área entre curvas;
- 1.2. volumes;
- 1.3. trabalho;
- 1.4. inércia;
- 1.5. valor médio de uma função;
- 1.6. comprimento de arco;
- 1.7. área de uma superfície de revolução;
- 1.8. aplicações a outras áreas (Econômica, Biologia, etc.);
- 1.9. funções inversas;
- 1.10. trigonometria;
- 1.11. logaritmo.

2) Séries Numéricas e Série de Taylor:

- 2.1. sequências; limites de sequências;
- 2.2. sequências de Cauchy;
- 2.3. séries convergentes;
- 2.4. propriedades aritméticas de séries convergentes;
- 2.5. séries alternadas;
- 2.6. testes de comparação;
- 2.7. teste de integral;
- 2.8. convergência absoluta;
- 2.9. critérios para convergência absoluta;
- 2.10. séries de potência;
- 2.11. raio de convergência;



- 2.12. representações de funções como séries de potência;
- 2.13. série de Taylor;
- 2.14. série binomial;
- 2.15. aplicações de série de Taylor.

3) Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de 1ª e de 2ª Ordens:

- 3.1. EDOs lineares de 1ª ordem (homogênea e não-homogênea);
- 3.2. EDOs lineares de 2ª ordem (homogênea e não-homogênea);
- 3.3. solução por séries de potências (coeficientes constantes).

4) Números Complexos:

- 4.1. definição;
- 4.2. representação gráfica;
- 4.3. operações e propriedades aritméticas;
- 4.4. conjugação complexa;
- 4.5. valor absoluto;
- 4.6. fórmula de De Moivre;
- 4.7. representação estereográfica dos números complexos.

5) Funções Complexas:

- 5.1. polinômios;
- 5.2. raiz quadrada;
- 5.3. funções trigonométricas;
- 5.4. exponencial e logaritmo;
- 5.5. funções multivaluadas;
- 5.6. limites e continuidade.

**BIBLIOGRAFIA:**

1. STEWART, James: Calculus, Brooks/Cole Publishing Company, ITP.]
2. IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos e MACHADO, Nilson J.: Fundamentos de Matemática Elementar, Atual Editora.
3. LEITHOLD, Louis: O Cálculo com Geometria Analítica, Harbra.
4. SPIEGEL, Murray R.: Cálculo Avançado, Mc Graw-Hill.
5. AIRES, Frank Jr.: Cálculo Diferencial e Integral, ao Livro Técnico e Científico SA, Rio.
6. THOMAS e FINNEY: Cálculo Diferencial e Integral, LTC, Livro Técnico e Científico Editora SA.
7. SIMMONS, George F.: Cálculo com Geometria Analítica, Vol. 1, Mc Graw-Hill.
8. ÁVILA, G. S. S.: Cálculo I, Livro Técnico e Científico Editora SA.
9. HOFFMANN, Laurence D.: Cálculo (Um Curso Moderno e suas Aplicações), Livros Técnicos e Científicos Editora.
10. PISKUNOV, N.: Cálculo Diferencial e Integral, vol. 1, Livraria Lopes da Silva Editora.
11. GUIDORIZZI, Hamilton Luiz: Um Curso de Cálculo. SEELEY, Robert T.: Cálculo de uma Variável, vol. 1, LTC.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

MTM 5103 - CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL



**PRÉ-REQUISITO:**

**Nº DE HORAS-AULA SEMANAIS:** 04

**TOTAL DE HORAS-AULA:** 72

**Nº TOTAL DE ALUNOS:** 80

**SEMESTRE:** 93/2.....

**CURSO:** Agronomia

**EMENTA:** Funções. Limite e continuidade. Derivada. Aplicações da derivada Integral indefinida. Integral definida. Cálculo de áreas e volumes.

**PROGRAMA:**

- 1) Funções: definição; gráficos; funções especiais (constante, linear, módulo, polinomial e racional); função composta; função inversa; funções elementares (exponencial, logarítmica, trigonométricas, trigonométricas inversas).
- 2) Limite e continuidade: noção intuitiva de limite; definição; unicidade do limite; propriedades; limites laterais; limites no infinito; limites infinitos; limites fundamentais; assíntotas horizontais e verticais; continuidade; propriedades das funções contínuas; teorema do valor intermediário.
- 3) Derivada: a reta tangente; derivada de uma função num ponto; interpretação geométrica; derivada de uma função; continuidade de funções deriváveis; derivadas laterais, regras de derivação; derivada de função composta (regra da cadeia); derivada de função inversa; derivadas das funções elementares; derivadas sucessivas; derivação implícita.
- 4) Aplicações da derivada: taxa de variação; máximos e mínimos; teorema de Rolle; Teorema do Valor Médio; funções crescentes e funções decrescentes; critérios para determinar os extremos de uma função; concavidade; pontos de inflexão; esboço de gráficos; problemas de maximização e minimização; Regras de L' Hospital.
- 6) Integral: definição de integral através da soma de Riemann; primitiva de uma função; Teorema Fundamental do Cálculo; propriedades da integrais; integral indefinida e suas propriedades; fórmula de integrais imediatas; integração por substituição e por partes; cálculo de áreas; cálculo de volumes de sólidos de revolução.

**BIBLIOGRAFIA:**

KUELKAMP, Nilo. Cálculo I. Editora da UFSC.

FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mírian Buss. Cálculo "A". Editora da UFSC.

LEITHOLD, Louis. O cálculo com Geometria Analítica. Harbra. v. 1.

SWOKOWSKI, Earl William. Cálculo com Geometria Analítica. MAKRON Books. v. 1.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA



PROGRAMA DA DISCIPLINA - MTM 5169 CÁLCULO 2A

Disciplina: MTM 5169: Cálculo 2A

Pré-Requisito:

Nº de Horas-Aulas Semanais: 06

Nº Total de aulas: 108

Curso: Engenharia de materiais

EMENTA: Funções de várias variáveis: Funções vetoriais. Derivadas parciais: gradiente, derivação implícita, máximos e mínimos. Integração múltipla: integral dupla e tripla, teorema de Fubini, mudança de variáveis. Cálculo vetorial: rotacional e divergente, campos conservativos, Teorema de Green.

Objetivos:

Ao concluir a disciplina o aluno estar apto a:

- (I) trabalhar com funções de várias variáveis e utilizar estes conhecimentos na resolução de problemas aplicados à engenharia;
- (II) aplicar os conceitos básicos de cálculo vetorial (rotacional, divergente, integrais de linha,...) em problemas aplicados.

Conteúdo Programático:

### 1. Funções de várias variáveis

Espaço  $\mathbb{R}^n$

Produto escalar, norma, perpendicularismo.

Noções básicas de topologia: conjuntos abertos, ponto de acumulação.

Funções de  $\mathbb{R}^n$  em  $\mathbb{R}^n$

Curvas.

Continuidade, derivabilidade e integrabilidade de curvas.

Comprimento de curva.

Funções de duas e três variáveis a valores reais.

Gráfico e curvas de nível para funções de duas variáveis.

Superfícies de nível para funções de três variáveis.

Límite e continuidade.

### 2. Derivadas parciais

Definição de derivadas parciais.

Definição de função diferenciável.

A diferencial.

Plano tangente e reta normal.

Gradiente, interpretação geométrica.



Regra da cadeia.  
Derivação implícita.  
Derivada direcional.  
Derivadas parciais de ordem superior.  
Teorema de Schwartz.  
Polinômio de Taylor.  
Fórmulas de Taylor com resto de Lagrange e com resto integral.  
Máximos e mínimos.

### 3. Integração múltipla

Somas de Riemann.  
Definição de integral dupla e tripla.  
Propriedades da integral.  
Teorema de Fubini.  
Mudança de variáveis.  
Coordenadas polares.  
Coordenadas esféricas e cilíndricas.  
Massa, centro de massa, momento de inércia.

### 4. Cálculo vetorial - 1

Campos vetoriais.  
Rotacional e divergente.  
Integrais de linha.  
Independência de parâmetro.  
Campos conservativos.  
Integrais de linha em campos conservativos.  
Função potencial.  
Condições equivalentes para campos conservativos (existência de potencial).  
Teorema de Green e da divergência no plano.

#### Bibliografia:

01. AYRES, Frank Jr. Cálculo Diferencial e Integral. Mc Graw-Hill.
02. BAYPAI, A. C. Mustos, L.R. Walter. D. Matemática para Engenharia - Hemus.
03. GOLDSTEIN, Larry J.; LAY, David C.; SCHNEIDER, David I. Cálculo e suas aplicações.
04. LANG, Serg - Cálculo - Ao Livro Técnico S/A.
05. LEITHOLD, Louis - O Cálculo com Geometria Analítica - Harbra.
06. MOISE, Edwin E. O Cálculo - Edgar Blucher Ltda.
07. PINZON, Alvaro - Cálculo Integral - Colección Harper.
08. PISKUNOV, N. Cálculo Diferencial e Integral - vol. I e II - MIR.
09. SIMONS, George F. - Cálculo com Geometria Analítica - Mc Graw-Hill.
10. FLEMMING, Diva Marília e GONÇALVES, Mirian - Cálculo B - Editora Mc Graw-Hill.